تاریخ: ۱۳۹ / /

موضوع: ....

کیمیا امیری نیا — تکلیف ۱ دوازدهم دفتر B — ۱۹٫۵

(۱) ۱٫۷۵

الف) $y^3 - 2x^2 = 2x - 1 \to y^3 = 2x^2 + 2x - 1$

اگر $\left.\begin{array}{l}(x, y_1) \in f \\ (x, y_2) \in f\end{array}\right\}$ آنگاه $\to y_1 = y_2$ $\quad \begin{array}{l} y_1^3 = 2x^2 + 2x - 1 \\ y_2^3 = 2x^2 + 2x - 1 \end{array} \to$ برابر

$y_1^3 = y_2^3 \to \boxed{y_1 = y_2}$ ✓ تابع هست

ب) $x.\cos y = y.\cos x \to y = \dfrac{x.\cos y}{\cos x}$

اگر $\left.\begin{array}{l}(x, y_1) \in f \\ (x, y_2) \in f\end{array}\right\} \to y_1 = y_2$

$\dfrac{\cancel{x}.\cos y_1}{\cancel{\cos x}} = \dfrac{\cancel{x}\cos y_2}{\cancel{\cos x}} \to \cos y_1 = \cos y_2$

ممکن است برابر نباشند پس تابع نیست

مثال نقض $\to x = \frac{\pi}{2}$

$y \in \{\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \dots\}$

ج) $\dfrac{x+y}{2} = \sqrt{xy} \to x + y = 2\sqrt{xy} \to x^2 + 2xy + y^2 = 4xy$

$x^2 - 2xy + y^2 = 0 \to (x-y)^2 = 0 \to x = y$ ✓ تابع هست

۲) $xy^2+2x-y^3-2y=0 \rightsquigarrow (x-y)\underbrace{(y^2+2)}=0$

همیشه مثبت یا صفر نمی‌شود

$\Longrightarrow (x-y)=0 \rightsquigarrow x=y$ تابع است

۳) ۲

$$f(x)=\begin{cases} 2x^2-b & |x-1|\geq 2 \\ a+2x & -2\leq x\leq -1 \end{cases}$$

$$|x-1|\geq 2 \begin{cases} \rightsquigarrow x-1\geq 2 \rightsquigarrow x\geq 3 \\ \rightsquigarrow x-1\leq -2 \rightsquigarrow x\leq -1 \end{cases}$$

دو تابع را در ۱- برابر قرار می‌دهیم

$2-b=a-2 \longrightarrow a+b=4$

۳) ۲

$\sqrt{a-bx-x^2} \longrightarrow +x^2-bx+a\geq 0$

$\xrightarrow[\text{برابر صفر}]{\text{به ازای } a \text{ و } b} x=a \rightarrow -a^2-ba+a=0$

$x=b \longrightarrow -b^2-b^2+a=0 \rightarrow a=2b^2$

$\rightarrow -4b^4-2b^3+2b^2=0 \rightsquigarrow \cancel{b^2(-4b^2-2b+2)}$

$2b^2(-2b^2-b+1)=0 \longrightarrow b=-1 \rightsquigarrow a=2$ ✓

$\longrightarrow b=\frac{1}{2}$ ✗

$\longrightarrow b=0$ ✗

$a+b=1$

(۴) ۲

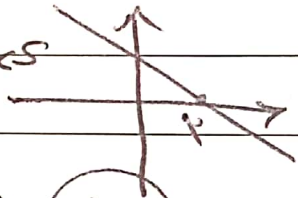
$$y=\frac{2}{\sqrt{ax^2+bx+c}} \to y=\frac{2}{\sqrt{bx+c}}$$

$D_y=(-\infty,2) \rightsquigarrow$

از عبارت داخل که مجموع درجه ۱ است $\to a=0$

$\longrightarrow x=2 \to bx+c=2b+c=0 \rightsquigarrow c=-2b$

که شیب یا همان b منفی بوده پس $b<0$



$3a+c-3|b| = 0-2b-3(-b)=b$

(۵) ۲

$f(x)=\sqrt[3]{\frac{1}{|x|-[x]}} \rightsquigarrow |x|-[x]\neq 0 \to |x|\neq[x]$

$x\neq \pm[x] \rightsquigarrow x\neq[x] \to x\notin W$

که همواره برقرار واسه x های منفی

$D_f=\mathbb{R}-W$

ب) $f(x)=\sqrt{x}+\sqrt{y}=9 \to \sqrt{y}=9-\sqrt{x} \to 9-\sqrt{x}\geq 0$

$\sqrt{x}\leq 9 \rightsquigarrow 0\leq x\leq 81$

$D_f=[0,81]$

۶)

۱/۷۵

الف) $f(x)=\sqrt{\log_x^{3x-1}}$ $x>0$ $x\neq1$ $3x-1>0$ $x>\frac{1}{3}$

$0<3x-1\leq x^0 \to x\leq\frac{2}{3}$

$\log_x^{3x-1}\geq0 \to 3x-1\geq1 \to x\geq\frac{2}{3}$

$D_f=[\frac{2}{3},+\infty)-\{1\}$ $D_f=(\frac{1}{3},\frac{2}{3}]\cup(1,+\infty)$

ب) $f(x)=\log\frac{1}{6+\sqrt{|x|}-|x|}$

$\sqrt{|x|}=t \to t^2=|x|$

$\to \log\frac{1}{6+t-t^2} \to \frac{1}{-t^2+t+6}>0$

$\to \frac{1}{t^2-t-6}<0 \to \frac{1}{(t-3)(t+2)}<0$ $\begin{array}{ccc} -2 & & 3 \\ + & - & + \end{array}$

$\to t\in(-2,3) \to \sqrt{|x|}\in(-2,3) \to$

$\sqrt{|x|}<3 \to |x|<9 \to -9<x<9$

$D_f=(-9,9)$

۷)   ۲

$y=\sqrt{\frac{3x+4}{x+b}+a}=\sqrt{\frac{(3+a)x+(4+ab)}{x+b}}$

$D_y=(2,+\infty) \to 3+a=0 \to a=-3$

$\to x+b \xrightarrow{x=2} 2+b=0 \to b=-2$

۸) ۲

$$f(x)=\begin{cases} 2x-1 & [x]>4 \rightarrow x\geq 5 \\ 4x+3 & [x]\leq 4 \rightarrow x<5 \end{cases}$$

$$y=\sqrt{f(x)-x+1} \xrightarrow{x\geq 5} \sqrt{x} \rightsquigarrow x\geq 0$$

$$\xrightarrow{x<5} \sqrt{3x+4} \rightsquigarrow x\geq \frac{-4}{3}$$

$$\left.\begin{matrix} x\geq 0 \\ x\geq 5 \end{matrix}\right\} x\geq 5 \qquad \left.\begin{matrix} x<5 \\ x\geq \frac{-4}{3} \end{matrix}\right\} \rightarrow \frac{-4}{3}\leq x<5$$

$$D=\left[\frac{-4}{3},+\infty\right)$$

۹) ۲

$$y=\frac{24x^3+36x^2+18x+3}{(4x^2+4x+1)}=\frac{3(8x^3+12x^2+6x+1)}{((2x+1)^2)^2}$$

$$=\frac{3(2x+1)^3}{(2x+1)^4} \rightsquigarrow 2x+1=0 \rightarrow x=\frac{-1}{2}$$

$$D=\mathbb{R}-\left\{\frac{-1}{2}\right\}$$

۱۰

۲

$$y=\sqrt{1-\log(2x-a)}$$

$$2x-a>0 \rightsquigarrow a<2x \to x>\frac{a}{2}$$

$$1-\log(2x-a)\geq 0 \rightsquigarrow \log(2x-a)\leq 1$$

$$(2x-a)\leq 10 \rightsquigarrow 2x\leq 10+a \to x\leq \frac{10+a}{2}$$

$$b=\frac{a}{2}$$

$$c=\frac{10+a}{2} \rightsquigarrow c-b=\frac{10}{2}=\boxed{5}$$