

الف) تابع هست (با استفاده از تعریف ریاضی): $y_1^3 = y_2^3 \rightarrow y_1 = y_2$ و $y_1^3 = 2x^2 + 2x - 1$ و $y_2^3 = 2x^2 + 2x - 1$
 ب) تابع نیست: $x \cdot C \cdot 5y = y \cdot C \cdot 5x \rightarrow x = \frac{2}{5} \rightarrow \frac{2}{5} \cdot C \cdot 5y = 0 \rightarrow y = 2K \pm \frac{2}{5}$

ج) تابع هست: $\frac{x+y}{2} = \sqrt{xy} \rightarrow x+y = 2\sqrt{xy} \rightarrow x+y - 2\sqrt{xy} = 0 \rightarrow (\sqrt{x} - \sqrt{y})^2 = 0 \rightarrow \sqrt{x} = \sqrt{y} \rightarrow x = y$
 د) تابع هست: $xy^2 + 2x - y^3 - 2y = x(y^2 + 2) - y(y^2 + 2) = 0 \rightarrow (y^2 + 2)(x - y) = 0 \rightarrow x = y$

عده مطلق را در $f(x)$ بازی کنیم و آن را به صورت ضابطه می نویسیم:

$$f(x) = \begin{cases} 2x^2 - b & x-1 \geq 2 \rightarrow x \geq 3 \\ a+2x & -3 \leq x \leq -1 \\ 2x^2 - b & x-1 \leq -2 \rightarrow x \leq -1 \end{cases}$$

 عدد ۱ - در دو قسمت ضابطه صریح می کنند
 و چون تابع است باید یک مقدار را بدهند پس:
 $x = -1 \rightarrow a - 2 = 2 - b \rightarrow a + b = 4$

۱ و ۲ همیشه های $f(x)$ است: $f(x) = \sqrt{a-bx-x^2} \rightarrow -x^2 - bx + a \geq 0 \rightarrow \frac{b}{-2} \leq \frac{a}{-1}$
 و تعیین علامت به این صورت بوده است:
 ضرب در a : $bx + a = \frac{c}{a} \rightarrow bx + a = -a \rightarrow b = -1$
 جمع در a : $a + b = \frac{-b}{a} \rightarrow a + b = -b \rightarrow a + b = 1$

این تابع نمی تواند درجه ۲ باشد چون بازه ای که به ما داده است (۲ و ۵-) است و این بازه فقط یک ریشه ی ۲ بزرگتری متخرج
 نخواهد کرد که آن درجه ۲ بوده یا دانه $\{2\}$ یا $\{2, 5\}$ (اگر min داشت) یا حتی (اگر max داشت) که هیچ کدام از اینها نیست و
 می فهمیم درجه ی ۱ با شیب منفی بوده است.
 چون شیب عبارت منفی است: $2a + C - 3|b| \xrightarrow{a=0} C - 3|b| \rightarrow -2b + 3b = b$
 پس $b < 0$ بوده و $b = -|b| \rightarrow -2b + 3b = b$

ریشه ی دوم تاثيری در دامنه ندارد پس دامنه متخرج را حساب می کنیم.
 این $|x| - [x] \neq 0 \rightarrow |x| \neq [x] \rightarrow x \neq 0, \mathbb{Z}^+$
 ب) $\sqrt{x} + \sqrt{y} = 9$
 در این سوال کمترین مقداری که می تواند باشد ۸۱ است و به ازای آن $y = 81$ می شود و
 بیشترین مقداری که می تواند باشد ۸۱ است و به ازای آن $y = 0$ می شود...
 $\{0, 81\}$ و $\{81\}$ دامنه

$$\sqrt[3]{x-1} \rightarrow x-1 > 0 \rightarrow x > \frac{1}{3} \quad \log \sqrt[3]{x-1} > 0 \rightarrow x-1 > 1 \rightarrow x > \frac{4}{3} \rightarrow x > \frac{4}{3}, x \neq 1$$

$$D_f = \left[\frac{4}{3}, +\infty \right) - \{1\}$$

$$1 > 0 \rightarrow x \in \mathbb{R}$$

$$\log \sqrt{4+\sqrt{x}} - 1 > 0 \rightarrow \sqrt{4+\sqrt{x}} - 1 > 0 \rightarrow \sqrt{4+\sqrt{x}} > 1 \rightarrow 4+\sqrt{x} > 1 \rightarrow \sqrt{x} > -3 \rightarrow x > 9$$

$$D_f = (-9, 9)$$

بازه $(2, +\infty)$ به نوبه است که ۲ عضو دامنه نیست پس از این قسمت می‌گیریم ۲. ریشه‌ی مخرج

$$x=2 \rightarrow x+2=0 \rightarrow 2=0$$

بوده است چون رادیکال و مخرج دامنه را محدود می‌کنند دامنه‌ای که توسط رادیکال

حدود می‌شود در بازه آن مسای را در شتاب محدود است پس از این

$$\rightarrow \frac{x+2}{x-2} > 0 \rightarrow \frac{x+2+a}{x-2} > 0$$

بازد می‌گیریم عدد ۲ را مخرج محدود کرد!

تجربه می‌کنیم که این عبارت دارد همان ریشه مخرج است و حتی

اگر صورت هم همان ریشه را داشته باشد تابع ثابت می‌شود و دامنه‌ی شود $\mathbb{R}$ پس a باید ۳- باشد که x را در صورت از بین ببرد

$$f(x) - x + 1 > 0 \rightarrow f(x) > x - 1 \rightarrow$$

$$f(x) \begin{cases} x-1 & [x] > 4 \\ x+3 & [x] < 4 \end{cases} \rightarrow f(x) \begin{cases} x-1 & x > 4 \\ x+3 & x < 4 \end{cases}$$

$$x > 4 \rightarrow x-1 > x-1 \rightarrow x > 2 \Rightarrow x > 4$$

$$x < 4 \rightarrow x+3 > x-1 \rightarrow x > -\frac{4}{3} \Rightarrow -\frac{4}{3} < x < 4$$

$$\rightarrow \frac{-4}{3} < x < 4 \rightarrow D_f = \left[-\frac{4}{3}, 4 \right)$$

$$\frac{2x^2 + 3x + 1}{(x^2 + x + 1)^2} = \frac{2(1x^2 + 1x + 1) + 1(1x^2 + 1x + 1)}{(1x^2 + 1x + 1)^2} = \frac{3(1x^2 + 1x + 1)}{(1x^2 + 1x + 1)^2} = \frac{3}{(1x^2 + 1x + 1)}$$

$$\text{دامنه} \rightarrow \text{مخرج} \neq 0 \rightarrow (x^2 + x + 1)^2 \neq 0 \rightarrow (x^2 + x + 1) \neq 0 \rightarrow x^2 + x + 1 \neq 0 \rightarrow x \neq -\frac{1}{2}$$

$$D_f = \mathbb{R} - \left\{ -\frac{1}{2} \right\}$$

$$1 - \log \sqrt{x-a} > 0 \rightarrow 1 > \log \sqrt{x-a} \rightarrow x-a < 1 \rightarrow x < \frac{1+1+a}{2} \quad (*)$$

$$x-a > 0 \rightarrow x > \frac{a}{2} \quad (**) \rightarrow (*) \cap (**) \rightarrow \frac{a}{2} < x < \frac{1+1+a}{2} \rightarrow b = \frac{a}{2}, c = \frac{1+1+a}{2}$$

$$c-b = \frac{1+1+a-a}{2} = \frac{1+1}{2} = 1$$