

۱۹/۵

الف) $y^3 - 2x^2 + 2m - 1 = y^3 \cdot 2x^2 + 2m - 1$ $\Rightarrow$ ثابت بفرمایید $\left\{ \begin{array}{l} 2x^2 + 2m - 1 = y^3 \\ 2x^2 + 2m - 1 = y^3 \end{array} \right. \Rightarrow y^3 = y^3 \Rightarrow y = y$ $\checkmark$ تابع است ب) $x(\cos y, y(\cos x) \Rightarrow$ مثلث قائمه: $x = \frac{\pi}{4} \rightarrow \frac{\pi}{4}(\cos y, y(\cos \frac{\pi}{4}) \Rightarrow \frac{\pi}{4}(\cos y, 1) \Rightarrow (\cos y, 1) \Rightarrow y \in \mathbb{R} \Rightarrow \frac{\pi}{4}$ $\checkmark$ تابع نیست ج) $\frac{x+y}{y} \cdot \sqrt{xy}$ $x, y > 0 \rightarrow$ می بینیم: $\frac{x+y}{y} \sqrt{xy} \xrightarrow{x=y} \frac{x+y}{y} \sqrt{xy} \xrightarrow{x=y} \frac{2x}{x} \sqrt{x^2} = 2x$ $\checkmark$ ثابت: $\frac{x+y}{y} \sqrt{xy} \geq 2x$ $\Rightarrow x+y \geq 2xy$ $\Rightarrow x+y-2xy \geq 0 \Rightarrow (x-y)^2 \geq 0$ $\checkmark$ د) $xy^2 + 2x - y^3 - 2y = 0 \Rightarrow xy^2 + 2x = y^3 + 2y \Rightarrow x(y^2 + 2) = y(y^2 + 2) \Rightarrow x = y$ $\checkmark$ تابع است	۱
$f(x) = \begin{cases} x^2 - 6 & \text{از } x = 1, 2 \\ a + 2x & \text{از } x = -1, -2 \end{cases}$ $\Rightarrow x = 1, 2 \cup x = -1, -2 \Rightarrow x \in \mathbb{Z}$ $\checkmark$ $f(-1) \rightarrow 2(-1)^2 - 6 = 2 - 6 = -4$ $\checkmark$ $f(-2) \rightarrow a + 2(-2) = a - 4$ $\checkmark$	۲
$f(x) = \sqrt{a - bx - x^2} \Rightarrow a - bx - x^2 \geq 0$ $\Rightarrow a - b(-1) - (-1)^2 \geq 0 \Rightarrow a - b + 1 \geq 0 \Rightarrow a \geq b - 1$ $\checkmark$ $(I) \rightarrow 1 - b + a \xrightarrow{(II)} 2b^2 + 1 - b \geq 0 \Rightarrow 2b^2 - b + 1 \geq 0 \Rightarrow (2b + 1)(b - 1) \geq 0$ $\checkmark$ $a + b + 2 + (-1) = 1 \checkmark$	۳
$y = \frac{2}{\sqrt{ax^2 + bx + c}} \Rightarrow ax^2 + bx + c > 0$ $\Rightarrow$ $\frac{2}{\sqrt{ax^2 + bx + c}}$ $\Rightarrow$ $a < 0$ $\checkmark$ $\Rightarrow bx + c > 0 \rightarrow 2bx + c > 0 \Rightarrow c > -2b$ $\checkmark$ $\Rightarrow$ علامت معکوسه مطابق فرمول است $\Rightarrow b < 0$ $\checkmark$ $3a + c - 4b \stackrel{(III)}{=} 3a + c + 3b = 3(a + b + c) = 3(1) = 3 \checkmark$	۴
الف) $x - [x] \neq 0 \Rightarrow x \neq [x] \Rightarrow x \notin \mathbb{Z} \cup \{0\} \Rightarrow D_f = \mathbb{R} - (\mathbb{Z} \cup \{0\})$ $\checkmark$ ب) $\sqrt{x} + \sqrt{y} = 9 \Rightarrow \sqrt{y} = 9 - \sqrt{x}$ $\Rightarrow 9 - \sqrt{x} \geq 0 \Rightarrow \sqrt{x} \leq 9 \Rightarrow x \leq 81$ $\checkmark$ $\Rightarrow D_f = [0, 81]$ $\checkmark$	۵

①

الف) $3n-1 > 0 \Rightarrow 3n > 1 \Rightarrow n > \frac{1}{3}$ $x > 0$ $n \neq 1$ $\log_n \frac{3n-1}{1} > 0$ $\begin{cases} x > 1 \rightarrow 3n-1 > 1 \rightarrow n > \frac{2}{3} \rightarrow n > \frac{1}{3} \\ 0 < x < 1 \rightarrow 3n-1 < 1 \rightarrow n < \frac{2}{3} \rightarrow 0 < n < \frac{2}{3} \end{cases}$

$\Rightarrow D_f: (\frac{1}{3}, \frac{2}{3}] \cup (1, +\infty)$ ✓

1.5

ب) $y + \sqrt{|x|} - |x| \neq 0 \xrightarrow{\sqrt{|x|} = t} -t^2 + t + 1 \neq 0 \Rightarrow -(t-2)(t+1) \neq 0$ $\begin{cases} t \neq -1 \Rightarrow \sqrt{|x|} \neq -1 \\ t \neq 2 \Rightarrow \sqrt{|x|} \neq 2 \Rightarrow |x| \neq 4 \Rightarrow x \neq \pm 4 \end{cases}$

$-2 < \sqrt{|x|} < 2 \rightarrow |x| < 4 \rightarrow -4 < x < 4$

$\Rightarrow D_f: \mathbb{R} - \{\pm 4\}$

$D_f: (-4, 4)$

6

برای تعیین علامت این عبارت می‌توانیم از روش جدول علامت استفاده کنیم. اما با توجه به دامنه $x \neq -b$ و $x \neq 1$ باید در این نقاط به دقت عمل کنیم. $\frac{x^2+2}{x+b} + a > 0 \Rightarrow \frac{(3+a)x + 2+ab}{x+b} > 0$ $x+b \neq 0 \Rightarrow x \neq -b$ $2+ab > 0 \Rightarrow b < -2$ $3+a > 0 \Rightarrow a > -3$

در ادامه می‌توانیم با هم بررسی کنیم که آیا این عبارت می‌تواند از 0 بزرگتر یا کوچکتر از 0 باشد. $\frac{x^2+2}{x+b} + a > 0 \Rightarrow \frac{x^2+2}{x+b} > -a$ $\frac{x^2+2}{x+b} > -a \Rightarrow x^2+2 > -a(x+b)$ $x^2+2 > -ax-ab \Rightarrow x^2+ax+2+ab > 0$ $x^2+ax+2+ab > 0$ $\Delta = a^2 - 4(2+ab) < 0$ $a^2 - 8 - 4ab < 0$ $a^2 - 4ab - 8 < 0$ $(a-4)(a+2) < 0$ $-2 < a < 4$

7

7

دیس $x > 0$ برقرار است $f(n) - x + 1 > 0 \Rightarrow f(n) > x-1$ $x > 0 \Rightarrow 2n-1 > n-1 \Rightarrow n > 0$ $n < 0 \Rightarrow 2n+3 > n-1 \Rightarrow 2n > -4 \Rightarrow n > -2 \Rightarrow [-2, 0)$ $f(x) \begin{cases} x-1; [x] > 4 \Rightarrow x > 5 \\ 2n+3; [n] < 4 \Rightarrow n < 4 \end{cases} \Rightarrow D_f: [-\frac{4}{3}, +\infty)$ ✓

8

8

$\frac{x^2+3x^2+11x+3}{(x^2+x+1)^2} = \frac{x^2(11x^2+12x^2+4x+1)}{(x^2+x+1)^2} = \frac{x^2(2n+1)^2}{(2n+1)^2} = \frac{x^2}{2n+1} > 0 \Rightarrow 2n+1 \neq 0 \Rightarrow n \neq -\frac{1}{2}$

$\Rightarrow D_f: \mathbb{R} - \{-\frac{1}{2}\}$

9

9

$2n-a > 0 \Rightarrow n > \frac{a}{2}$ $1 - \log(2n-a) > 0 \Rightarrow 1 > \log(2n-a) \Rightarrow 1 > 2n-a \Rightarrow \frac{1+a}{2} > n$ $\Rightarrow D_f: (\frac{a}{2}, \frac{1+a}{2}]$

$\rightarrow C-b, \frac{1+a}{2} - \frac{a}{2} = a$ ✓

10

10