سوالات کمال دوازدهم B   / /

تکلیف ۱

(۱) $y^3 = 2x^2 + 2x - 1 \Rightarrow y = \sqrt[3]{2x^2 + 2x - 1}$ تابع هست

$x\cos y = y\cos x \Rightarrow x = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \frac{\pi}{2}\cos y = 0 \Rightarrow y = \frac{\pi}{2}, y = \frac{3\pi}{2}, \dots$ تابع نیست

$\frac{x+y}{2} = \sqrt{xy} \Rightarrow x + y - 2\sqrt{xy} = 0 \quad (\sqrt{x} - \sqrt{y})^2 = 0 \Rightarrow \sqrt{y} = \sqrt{x} \Rightarrow y = x$ تابع هست

$y^3 + 2y = xy^2 + 2x \Rightarrow (y - x)(y^2 + 2) = 0 \qquad y^2 + 2 = 0 \Rightarrow y^2 = -2$ غ ق ق

$y - x = 0 \Rightarrow x = y$ تابع است.

(۲) $f(x) = \begin{cases} 3x^2 - b & x \geq 3 \\ a + 2x & -1 \leq x < 3 \\ 3x^2 - b & x \leq -1 \end{cases}$ $\quad x = 3$ به ازای $\Rightarrow 2 \times (3^2) - b = a + 2(3)$

$18 - b = a + 6 \Rightarrow \boxed{a + b = 12}$

(۳) $f(x) = \sqrt{-x^2 - bx + a} \Rightarrow$ ضرب ریشه‌ها : $\frac{c}{a} = \frac{a}{-1} = -a$

$-a = b \times a \quad a \neq 0$ چون $\Rightarrow b = -1$ جمع ریشه‌ها $= a + b = \frac{\pm b}{-1}$

$a + b = -b \Rightarrow a + b = 1 \qquad \begin{cases} a = 2 \\ b = -1 \end{cases}$

(۴) $y = \frac{2}{\sqrt{ax^2 + bx + c}} \Rightarrow D: (-\infty, 2)$ پس عبارت درجه اول است $\quad a = 0$

$-bx + c > 0 \Rightarrow x > \frac{c}{b}$

$x < -\frac{c}{b} \Rightarrow -\frac{c}{b} = 2 \Rightarrow -2b = c$

$3(0) + (-2b) - 3|b| = -5b$

(۵) $|x| - [x] \neq 0 \quad |x| \neq [x] \quad D_f = (0, +\infty)$

گولند زلاری   / /

(۵) $\sqrt{x}+\sqrt{y}=9 \Rightarrow \sqrt{y}=-\sqrt{x}+9 \Rightarrow$

$x\geq 0$ و چون y نیز رادیکال است $\geq 0 \Rightarrow 9-\sqrt{x}\geq 0 \Rightarrow 9\geq\sqrt{x} \Rightarrow x\leq 81$

$D_f=[0,+\infty)\cap(-\infty,81]=[0,81]$

---

(۶) الف) $f(x)=\sqrt{\log_x^{3x-1}} \Rightarrow 3x-1>0 \Rightarrow 3x>1 \Rightarrow x>\frac{1}{3}$

$x>0$, $x\neq 1$ از طرفی $\log_x^{3x-1}\geq 0$

1) $3x-1\geq 1 \quad 3x\geq 2 \Rightarrow x\geq\frac{2}{3}$

2) $3x-1\leq 1 \quad 3x\leq 2 \Rightarrow x\leq\frac{2}{3}$

$D_f=(\frac{1}{3},\frac{2}{3}]\cup(1,+\infty)$

---

(۶) ب) $\log\frac{1}{6+\sqrt{|x|}-|x|} \Rightarrow 6+\sqrt{|x|}-|x|\neq 0 \quad \sqrt{|x|}=t$

$-t^2+t+6\neq 0 \Rightarrow t^2-t-6\neq 0$

$(t-3)(t+2)$

$t=3 \quad t=-2$

$\sqrt{|x|}=-2$ غق

$\sqrt{|x|}=3 \Rightarrow |x|=9 \Rightarrow x=\pm 9$

	-9		9	
−		+		−

$D_f=(-9,9)$

---

(۷) $y=\sqrt{\frac{3x+2}{x+b}+a} \Rightarrow y=\sqrt{\frac{3x+ax+ab+2}{x+b}} \Rightarrow y=\sqrt{\frac{x(3+a)+ab+2}{x+b}}$

$\underbrace{a=-3}_{\text{چون دامنه}} \Rightarrow y=\sqrt{\frac{-3b+2}{x+b}} \Rightarrow \boxed{b=-2}$

$(+2,+\infty)$

سوالند زسوال

/ /

۸

$y = \sqrt{f(x) - x + 1} \Rightarrow f(x) \geq x - 1 \Rightarrow$

① $2x - 1 \geq x - 1 \Rightarrow x \geq 0 \ ,\ x \geq 5 \xrightarrow{\text{اشتراک}} x \geq 5$

$[x] \geq 5 \Rightarrow x \geq 5$

② $4x + 3 \geq x - 1 \Rightarrow 3x \geq -4 \Rightarrow \underbrace{x \geq -\frac{4}{3}}\ ,\ \underbrace{x < 5}$

$[x] \leq 4 \Rightarrow x < 5$ اشتراک $-\frac{4}{3} \leq x < 5$

مجموعه جواب: $[-\frac{4}{3}, 5) \cup [5, +\infty) = [-\frac{4}{3}, +\infty)$

۹

$24x^3 + 36x^2 + 18x + 3 = 3(8x^3 + 12x^2 + 6x + 1) =$

$3(2x+1)^3 \ ,\ 4x^2 + 4x + 1 = (2x+1)^2$

$\Rightarrow \dfrac{3(2x+1)^3}{((2x+1)^2)^2} = \dfrac{3(2x+1)^3}{(2x+1)^4} = \dfrac{3}{2x+1}$

$2x + 1 \neq 0 \Rightarrow 2x \neq -1 \Rightarrow x \neq -\frac{1}{2} \quad D_f = \mathbb{R} - \{-\frac{1}{2}\}$

دامنه عبارت ساده شده.

۱۰

$\sqrt{1 - \log(2x - a)} \Rightarrow 2x - a > 0 \Rightarrow x > \frac{a}{2}$

$1 - \log(2x-a) \geq 0 \quad \log_{10}(2x-a) \leq 1 \Rightarrow$

$2x - a \leq 10 \Rightarrow 2x \leq 10 + a \Rightarrow x \leq \frac{10+a}{2}$

$(\frac{a}{2}, \frac{10+a}{2}] \quad b = \frac{a}{2}, \ c = \frac{10+a}{2}$

$\boxed{c - b = \frac{10+a}{2} - \frac{a}{2} = \frac{10}{2} = 5}$