نام: پارمیس بنی‌زاده   مقطع دوازدهم دختر B   تکلیف شماره ۱

۱) الف تابع ✓

$y_{۱}^{۳} = ۲x^{۲}+۲x-۱$

$y_{۲}^{۳} = ۲x^{۲}+۲x-۱$

$\Big\}\; y_{۱}^{۳}=y_{۲}^{۳} \longrightarrow y_{۱}=y_{۲}$

ب تابع ✗

مثال نقض

$x\cos y = y\cos x$

$x = \frac{\pi}{۲} \longrightarrow \frac{\pi}{۲}\times\cos y = y\times ۰$

$\Rightarrow \cos y = ۰ \qquad y = k\pi+\frac{\pi}{۲} \to (۰ ، \frac{\pi}{۲}), (۰ ، \frac{۳\pi}{۲}),\dots$

ج تابع ✓

$x+y = ۲\sqrt{xy} \qquad x+y-۲\sqrt{xy} = ۰$

$(\sqrt{x}-\sqrt{y})^{۲} = ۰ \xrightarrow{x,y\geq ۰} \sqrt{x}=\sqrt{y} \xrightarrow{\text{توان ۲}} x=y$

د)

$x(y^{۲}+۲)-y(y^{۲}+۲) = ۰ \to (y^{۲}+۲)(x-y) = ۰$

$y^{۲}+۲ \to +$ همواره $\Rightarrow x-y = ۰ \qquad x=y$

تابع ✓

---

۲)

$|x-۱| \geq ۲ \quad \begin{cases} x-۱\geq ۲ & x\geq ۳ \\ x-۱\leq -۲ & x\leq -۱ \end{cases} \to ۲x^{۲}-b$

$-۳\leq x \leq -۱ \longrightarrow a+۲x$

در بازه $[-۳ ، -۱] \longrightarrow a+۲x = ۲x^{۲}-b$

$a+b = ۲x^{۲}-۲x \Rightarrow a+b \begin{cases} x=-۱ \longrightarrow ۴ \\ x=-۳ \longrightarrow ۲۴ \end{cases}$

$\Rightarrow a+b = [۴ ، ۲۴]$

---

۳) بازه بین ۲ ریشه = D_f → سهمی max دار → زیر رادیکال ≥ ۰

$-x^{۲}-bx+a = -(x-b)(x-a) = -x^{۲}+(a+b)x-ab$

$-ab = a \to b = -۱ \qquad a-۱ = ۱ \to a = ۲ \qquad a+b = ۱$

۴) سهمی دارای $\min \Leftarrow a>0$

ریشه مضاعف (یک ریشه دارد) $\rightarrow \quad f(x) = a(x-2)^2$

$$f(x) = ax^2 - 4ax + 4a$$

$$a = a \qquad b = -4a \qquad c = +4a$$

$$3a + c + 3b = 3a + 4a - 12a = -5a$$

حاصل $= -5a \qquad a = \frac{-b}{4}$

حاصل $= -5 \times \frac{-b}{4} = \frac{5b}{4}$

---

۵) الف

$$|x| - [x] \neq 0 \Rightarrow |x| \neq +[x]$$

$$\begin{cases} x \geq 0 \longrightarrow x \neq [x] \Rightarrow x = [0, +\infty) - Z \\ x < 0 \longrightarrow -x \neq [x] \Rightarrow x = R^- \end{cases}$$

$$\cap \rightarrow D_f = R - \{0\} - Z^+$$

ب

$$\sqrt{y} = 9 - \sqrt{x}$$

$$\left.\begin{matrix} 9 - \sqrt{x} \geq 0 \qquad \sqrt{x} \leq 9 \rightarrow x \leq 81 \\ \sqrt{x} \rightarrow x \geq 0 \end{matrix}\right\} \cap \rightarrow D_f = [0, 81]$$

۶) الف

$\text{I}\quad ۳x-۱>۰ \longrightarrow x>\frac{۱}{۳}$

$\text{II}\quad x>۰ \ ، \ x\neq ۱$

$$\text{III}\quad \log_{x}^{۳x-۱}\geq ۰ \begin{cases} x>۱ \rightarrow ۳x-۱\geq ۱ \qquad x\geq \frac{۲}{۳} \\ \Rightarrow \cap = x>۱ \\ ۰<x<۱ \quad ۳x-۱\leq ۱ \qquad x\leq \frac{۲}{۳} \\ \Rightarrow \cap : x=(۰ \ ، \ \frac{۲}{۳}] \end{cases}$$

$$\text{I}\cap\text{II}\cap\text{III} = (\frac{۱}{۳} \ ، \ \frac{۲}{۳}] \cup (۱ \ ، +\infty) \rightarrow D_f$$

ب

$\sqrt{|x|} \rightarrow |x|\geq ۰$ ✓ برقرار

$$\frac{۱}{۶+\sqrt{|x|}-|x|}>۰ \rightarrow ۶+\sqrt{|x|}-|x|>۰$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x>۰ \longrightarrow \sqrt{x}>x-۶ \rightarrow x>x^۲-۱۲x+۳۶ \rightarrow x^۲-۱۳x+۳۶<۰ \\ (x-۴)(x-۹)<۰ \rightarrow x=(۴ ، ۹) \\ x<۰ \rightarrow \sqrt{-x}>-x-۶ \rightarrow -x>x^۲+۱۲x+۳۶ \\ x^۲+۱۳x+۳۶<۰ \qquad (x+۴)(x+۹)<۰ \\ \underset{+ \ | \ - \ | \ +}{\overset{-۹ \quad -۴}{\overline{\qquad\qquad}}} \rightarrow x=(-۹ , -۴) \end{cases}$$

$$\Rightarrow x : (-۹ , -۴)\cup(۴ ، ۹) \rightarrow D_f$$

---

۷)

$$y=\sqrt{\frac{۳x+۲+ax+ab}{x+b}}=\sqrt{\frac{(۳+a)x+ab+۲}{x+b}}$$

ریشه صورت $= \frac{-ab-۲}{۳+a}$ ریشه مخرج $=-b$

دامنه نشان می دهد یک ریشه داریم ⇐ ریشه صورت و مخرج یکسان

$$\Rightarrow \frac{-ab-۲}{a+۳}=-b \rightarrow -ab-۲=-ab-۳b$$

$$۳b=۲ \rightarrow b=\frac{۲}{۳}$$

۸)

$$f(x)\begin{cases} x \geqslant ۵ & ۲x-۱ \Rightarrow y = \sqrt{۲x-۱-x+۱} = \sqrt{x} \to x \geqslant ۰ \\ x < ۵ & ۴x+۳ \Rightarrow y = \sqrt{۴x+۳-x+۱} = \sqrt{۳x+۴} \to x \geqslant -\frac{۴}{۳} \end{cases}$$

برقرار ✓

$$D_f = \left[-\frac{۴}{۳} , ۵\right) \cup [۵ , +\infty) = \left[-\frac{۴}{۳} , +\infty\right)$$

---

۹)

$$y = \frac{۳(۸x^۳+۱۲x^۲+۶x+۱)}{\left[(۲x+۱)^۲\right]^۲} = \frac{۳(۲x+۱)^۳}{(۲x+۱)^۴}$$

$$\Rightarrow y = \frac{۳}{۲x+۱}$$

$$y = \frac{۳(۲x+۱)^۳}{(۲x+۱)^۴}$$

مخرج $\neq ۰ \Rightarrow ۲x+۱ \neq ۰$

$x \neq \frac{-۱}{۲}$

$D_f = \mathbb{R} - \left\{-\frac{۱}{۲}\right\}$

---

۱۰)

$\log^{۲x-a} \longrightarrow ۲x-a > ۰ \qquad x > \frac{a}{۲}$

$\log^{۱۰}_{۱۰} - \log^{۲x-a}_{a} \geqslant ۰ \Rightarrow \log^{۱۰}_{۱۰} \geqslant \log^{۲x-a}_{۱۰}$

$۱۰ \geqslant ۲x-a \qquad x \leqslant \frac{۱۰+a}{۲}$

$$x = \left(\underbrace{\frac{a}{۲}}_{b} , \underbrace{\frac{a+۱۰}{۲}}_{c}\right] \Rightarrow c-b = \frac{a+۱۰-a}{۲} = ۵$$