نام: پارمیس بنی‌زاده   مقطع دوازدهم دختر B   ۱۷/۷۵   تکلیف شماره ۱

۲

۱) الف) تابع

$$\left.\begin{aligned} y_1^3 &= 2x^2+2x-1 \\ y_2^3 &= 2x^2+2x-1 \end{aligned}\right\} y_1^3 = y_2^3 \to y_1 = y_2$$

ب) تابع ✗

مثال نقض

$$x\cos y = y\cos x$$

$$x = \frac{\pi}{2} \to \frac{\pi}{2}\times \cos y = y \times 0$$

$$\Rightarrow \cos y = 0 \qquad y = k\pi + \frac{\pi}{2} \to \left(0, \frac{\pi}{2}\right), \left(0, \frac{3\pi}{2}\right), \dots$$

ج) تابع

$$x+y = 2\sqrt{xy} \qquad x+y-2\sqrt{xy} = 0$$

$$(\sqrt{x}-\sqrt{y})^2 = 0 \xrightarrow{x,y>0} \sqrt{x} = \sqrt{y} \xrightarrow{\text{توان ۲}} x = y$$

د) $x(y^2+2) - y(y^2+2) = 0 \to (y^2+2)(x-y) = 0$

$y^2+2 \to +$ همواره $\Rightarrow x-y=0 \qquad x=y$

تابع

---

۲) ۲ $\quad |x-1| \geq 2 \quad \begin{cases} x-1 \geq 2 & x \geq 3 \\ x-1 \leq -2 & x \leq -1 \end{cases} \to 2x^2 - b$

$$-3 \leq x \leq -1 \to a+2x$$

در بازه $[-3,-1] \longrightarrow a+2x = 2x^2 - b$

$$a+b = 2x^2-2x \Rightarrow a+b \begin{cases} x=-1 \to 4 \\ x=-3 \to 24 \end{cases}$$

$$\Rightarrow a+b = [4, 24]$$

---

۳) ۲ $\quad$ بازه بین ۲ ریشه $= D_f \to$ سهمی max دار $\to$ زیر رادیکال ≥ 0

$$-x^2-bx+a = -(x-b)(x-a) = -x^2+(a+b)x-ab$$

$$-ab = a \to b=-1 \qquad a-1 = 1 \to a = 2 \qquad a+b = 1$$

۴) ① سهمی دارای $\min \Leftarrow a>0$

ریشه مضاعف (یک ریشه دارد) $\rightarrow f(x) = a(x-2)^2$

$f(x) = ax^2 - 4ax + 4a$

دامنه به صورت یک بازه ای است پس عبارت زیر خط است با شیب منفی

$a = a \qquad b = -4a \qquad c = +4a$

$b<0$

$c<-2b$

$a=0$

$3a + c + 3b = 3a + 4a - 12a = -5a$

حاصل $= -5a \qquad a = \frac{-b}{4}$

$0 - 2b - 3(-b) < b$

حاصل $= -5 \times \frac{-b}{4} = \frac{5b}{4}$

---

۵) الف ②

$|x| - [x] \neq 0 \Rightarrow |x| \neq +[x]$

$$\begin{cases} x \geq 0 \rightarrow x \neq [x] \Rightarrow x = [0, +\infty) - Z \\ x < 0 \rightarrow -x \neq [x] \Rightarrow x = R^- \end{cases}$$

$\cap \rightarrow D_f = R - \{0\} - Z^+$

ب

$\sqrt{y} = 9 - \sqrt{x}$

$$\left.\begin{array}{l} 9 - \sqrt{x} \geq 0 \qquad \sqrt{x} \leq 9 \rightarrow x \leq 81 \\ \sqrt{x} \rightarrow x \geq 0 \end{array}\right\} \cap \rightarrow D_f = [0, 81]$$

۶) الف ۱/۵

I $\quad 3x-1>0 \longrightarrow x>\frac{1}{3}$

II $\quad x>0 \quad , \quad x\neq 1$

III $\quad \log_x^{3x-1} \geqslant 0 \begin{cases} x>1 \rightarrow 3x-1 \geqslant 1 \qquad x \geqslant \frac{2}{3} \\ \Rightarrow \cap = x>1 \\ 0<x<1 \qquad 3x-1 \leqslant 1 \qquad x \leqslant \frac{2}{3} \\ \Rightarrow \cap : x = (0 , \frac{2}{3}] \end{cases}$

$$\text{I} \cap \text{II} \cap \text{III} = (\frac{1}{3} , \frac{2}{3}] \cup (1 , +\infty) \rightarrow D_f$$

ب

$\sqrt{|x|} \rightarrow |x| \geqslant 0$ $\quad \sqrt{|x|}=t \rightarrow -t^2+t+6>0 \quad -2<t<3$

$\sqrt{}$ برقرار $\quad -2<\sqrt{|x|}<3 \rightarrow \sqrt{|x|}<3$

برقرار

$\frac{1}{6+\sqrt{|x|}-|x|} > 0 \rightarrow 6+\sqrt{|x|}-|x|>0 \quad |x|<9 \rightarrow -9<x<9$

$D_f = (-9,9)$

$$\Rightarrow \begin{cases} x>0 \rightarrow \sqrt{x} > x-6 \rightarrow x > x^2-12x+36 \rightarrow x^2-13x+36<0 \\ (x-4)(x-9)<0 \rightarrow x=(4,9) \\ x<0 \rightarrow \sqrt{-x} > -x-6 \rightarrow -x > x^2+12x+36 \\ x^2+13x+36<0 \qquad (x+4)(x+9)<0 \\ \underset{+ \quad | \quad - \quad | \quad +}{-9 \qquad -4} \rightarrow x=(-9,-4) \end{cases}$$

$$\Rightarrow x = (-9,-4) \cup (4,9) \rightarrow D_f$$

---

۷) ۱/۲۵

$$y = \sqrt{\frac{3x+2+ax+ab}{x+b}} = \sqrt{\frac{(3+a)x+ab+2}{x+b}}$$

ریشه صورت $= \frac{-ab-2}{3+a}$ $\qquad$ ریشه مخرج $= -b$

دامنه نشان می دهد یک ریشه داریم $\Leftarrow$ ریشه صورت و مخرج یکسان

$$\Rightarrow \frac{-ab-2}{a+3} = -b \rightarrow -ab-2 = -ab-3b$$

$3b = 2 \rightarrow b = \frac{2}{3}$

ریشه‌ی صورت باید از بین برود $\leftarrow a=-3$

و ریشه‌ی مخرج است $\leftarrow b=-2$

۸) ۲

$$f(x)\begin{cases} x \geq 5 & 2x-1 \Rightarrow y = \sqrt{2x-1-x+1} = \sqrt{x} \to x \geq 0 \\ x < 5 & 4x+3 \Rightarrow y = \sqrt{4x+3-x+1} = \sqrt{3x+4} \to x \geq \frac{-4}{3} \end{cases}$$

برقرار

$$D_f = \left[-\frac{4}{3}, 5\right) \cup [5, +\infty) = \left[-\frac{4}{3}, +\infty\right)$$

---

۹) ۲

$$y = \frac{3(8x^3+12x^2+6x+1)}{\left[(2x+1)^2\right]^2} = \frac{3(2x+1)^3}{(2x+1)^4}$$

$$\Rightarrow y = \frac{3}{2x+1}$$

$$y = \frac{3(2x+1)^3}{(2x+1)^4}$$

مخرج $\neq 0 \Rightarrow 2x+1 \neq 0$

$$x \neq \frac{-1}{2}$$

$$D_f = \mathbb{R} - \left\{-\frac{1}{2}\right\}$$

---

۱۰) ۲

$$\log^{2x-a} \longrightarrow 2x-a > 0 \qquad x > \frac{a}{2}$$

$$\log_{10} 10 - \log_a^{2x-a} \geq 0 \Rightarrow \log_{10} 10 \geq \log_{10}^{2x-a}$$

$$10 \geq 2x-a \qquad x \leq \frac{10+a}{2}$$

$$x = \left(\underbrace{\frac{a}{2}}_{b}, \underbrace{\frac{a+10}{2}}_{c}\right] \Rightarrow c-b = \frac{a+10-a}{2} = 5$$