تکلیف شماره ۱ « به نام خدا » مهشید جبیری

۱-

الف) $y^3 - 2x^2 = 2x - 1$

تعریف تابع $\Rightarrow$ $(x, y_1) \in f$, $(x, y_2) \in f$ $\longrightarrow y_1 = y_2$

$y_1^3 = 2x^2 + 2x - 1$, $y_2^3 = 2x^2 + 2x - 1$ $\longrightarrow y_1^3 = y_2^3 \Rightarrow \boxed{y_1 = y_2}$

پس تابع است ✓

ب) $x\cos y = y\cos x \longrightarrow$ مثال نقض : $x = \frac{\pi}{2} \longrightarrow \frac{\pi}{2}\cos y = 0 \longrightarrow \cos y = 0$

$y = \{k\pi + \frac{\pi}{2}\} \longrightarrow$ پس تابع نیست

ج) $\frac{x+y}{2} = \sqrt{xy}$, $x, y \geq 0$ $\xrightarrow{\text{دو طرف به توان ۲}} x^2 + y^2 + 2xy = 4xy$

$\longrightarrow x^2 + y^2 - 2xy = 0$ $(x-y)^2 = 0 \longrightarrow \boxed{x = y} \longrightarrow$ تابع همانی است $\Rightarrow$ در نتیجه تابع است

د) $xy^2 + 2x - y^3 - 2y = 0$ $\xrightarrow{\text{از تعریف تابع}}$ $y_1^3 + 2y_1 - xy_1^2 = 2x$, $y_2^3 + 2y_2 - xy_2^2 = 2x$ $\xrightarrow[\text{حاصل}]{\text{از تفریق ۲}}$

$\Rightarrow (y_1 - y_2)\underbrace{(y_1^2 + y_2^2 + y_1y_2 + 2 - x(y_1 + y_2))}_{\text{نفی عبارت به جای دارد}} = 0 \longrightarrow y_1 = y_2 \Rightarrow$ پس عبارت تابع است

۲-

$f(x) = \begin{cases} 2x^2 - b , & |x-1| \geq 2 \\ a + 2x , & -3 \leq x \leq -1 \end{cases}$ $a + b = ?$

$\longrightarrow |x-1| \geq 2 \longrightarrow x - 1 \geq 2 \longrightarrow x \geq 3$

$\longrightarrow x - 1 \leq -2 \longrightarrow x \leq -1$

$x = -1 \longrightarrow 2 - b = a - 2$ $\Rightarrow$ $a + b = 4$

برای تابع بودن باید ضابطه ها به ازای ۱- اعداد یکسانی بدهند

و اعداد مشترک در دامنه

۳-

$f(x) = \sqrt{a - bx - x^2}$ $D_f = [b, a]$ $a + b = ?$ $a \neq 0$, $b \in \mathbb{Z}$

یعنی a و b ریشه های عبارت زیر رادیکال اند

$\frac{c}{a} = ab \xrightarrow{\text{ضرب ریشه ها}} \frac{a}{-1} = \frac{ab}{1} \longrightarrow a = -ab \longrightarrow b = -1$

$\frac{-b}{2a} = a + b \xrightarrow{\text{جمع ریشه ها}} \frac{+b}{-1} = a + b \xrightarrow{b = -1} \frac{-1}{-1} = \frac{a-1}{1} \longrightarrow a - 1 = 1 \longrightarrow a = 2$

$\Rightarrow a + b = 1$

مهشید جدیدی

۴-

$$y=\frac{2}{\sqrt{ax^2+bx+c}} \qquad D_y=(-\infty,+2) \qquad 3a+c-3|b|=$$

ریشه عبارت

با توجه به دامنه تا دو حالت میتوان نشد که عبارت زیر رادیکال درجه ۲ نبوده چون در آن صورت دو ریشه یا یک ریشه مضاعف خواهد داشت پس $c=$ ، $a=0$

$$a=0 \Rightarrow bx+c>0 \Rightarrow b<0 \ , \ x<-\frac{c}{b}$$

$$-\frac{c}{b}=2 \rightarrow c=-2b \longrightarrow 3a+c-3|b|=0-2b+3b=b$$

۵-

الف) $F(x)=\sqrt[3]{\frac{1}{|x|-[x]}} \rightarrow |x|-[x]\neq 0 \qquad |x|\neq[x]$

تاثیری ندارد

$$\mathbb{R}-\{0,1,2,3,\dots\}$$

$$D_f=\mathbb{R}-\mathbb{N}$$

ب) $F(x)=\sqrt{x}+\sqrt{y}=9 \longrightarrow \sqrt{x} \Rightarrow x\geq 0$

$$\underbrace{\sqrt{y}}_{+}=\underbrace{9-\sqrt{x}}_{+} \Rightarrow 9-\sqrt{x}\geq 0 \rightarrow \sqrt{x}\leq 9 \rightarrow x\leq 81$$

$$\xrightarrow{\cap} D_f=[0,81]$$

۶-

الف) $F(x)=\sqrt{\log_x^{3x-1}} \longrightarrow 3x-1>0 \rightarrow 3x>1 \rightarrow x>\frac{1}{3}$

$$x>0 \ , \ x\neq 1$$

$$\log_x^{3x-1}\geq 0 \begin{cases} x>1 \rightarrow 3x-1\geq 1 \rightarrow 3x\geq 2 \rightarrow x\geq\frac{2}{3} \\ 0<x<1 \rightarrow 3x-1\leq 1 \rightarrow 3x\leq 2 \rightarrow x\leq\frac{2}{3} \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\cap} D_f=\left[\tfrac{2}{3},+\infty\right)-\{1\}$$

ب) $F(x)=\log\frac{1}{4+\sqrt{|x|}-|x|}>0 \longrightarrow 4+\sqrt{|x|}-|x|>0$ ؛ $\sqrt{|x|}\to m$

$$D_f=(-9,9)$$

$$-m^2+m+6>0 \longrightarrow -(m-3)(m+2)>0 \longrightarrow \sqrt{|x|}<3 \rightarrow |x|<9 \ \ -9<x<9$$

۷-

$$y=\sqrt{\frac{3x+2}{x+b}+a} \qquad D_y=(2,+\infty)$$

$$2\notin D_y \xrightarrow{\text{۲ ریشه مخرج بوده است}} (x-2) \Rightarrow b=-2$$

$$a<0 \longrightarrow \frac{3x+2}{x+b}=0 \rightarrow 3x+2=0 \rightarrow x=-\frac{2}{3}\neq 2 \rightarrow$$ غ‌ق‌ق

حسین جدیری

۸-

$$F(x)=\begin{cases} 2x-1 \;; & [x] > 4 \rightarrow x\in[5,+\infty) \\ 4x+3 \;; & [x]\le 4 \rightarrow x\in(-\infty,5) \end{cases}$$

$$y=\sqrt{2x-1-x+1}=\sqrt{x}\ge 0 \rightarrow x\ge 5$$

$$y=\sqrt{4x+3-x+1} = x\ge -\frac{4}{3} \rightarrow -\frac{4}{3}\le x<5$$

$$\rightarrow D_f=[-\frac{4}{3},+\infty)$$

۹-

$$y=\frac{24x^3+36x^2+18x+3}{(4x^2+4x+1)^2 \rightarrow ((2x+1)^2)^2} \rightarrow \frac{3(8x^3+12x^2+6x+1)}{(2x+1)^4}=\frac{3(2x+1)^3}{(2x+1)^4}=$$

$$\frac{3}{2x+1} \Rightarrow x\ne -\frac{1}{2} \qquad D_y=\mathbb{R}-\{-\frac{1}{2}\}$$

۱۰-

$$y=\sqrt{1-\log^{2x-a}} \longrightarrow 2x-a>0 \rightarrow x>\frac{a}{2} \qquad D_y=\overset{b}{\frac{a}{2}}<x\le\overset{c}{\frac{10+a}{2}}$$

$$1-\log^{2x-a}\ge 0 \rightarrow \log^{2x-a}\le 1 \rightarrow 2x-a\le 10 \rightarrow x\le\frac{10+a}{2}$$

$$c-b=\frac{10+a-a}{2}=5$$