

۱۴۰۴/۵/۲۰

تاریخ تستی - دوازدهم ریاضی

تلفیف ۱

۱. (✓) رسم نمودار دایره یکتا به یک جواب منحصر بنظر می آید. $y^3 - 2x^2 = 2x - 1 \Rightarrow y = \sqrt[3]{2x^2 + 2x - 1}$ (الف)

(X) $x \cos y = y \cos x \xrightarrow{x=\frac{\pi}{2}} \frac{\pi}{2} \cos y = 0 \Rightarrow \cos y = 0 \Rightarrow y = k\pi - \frac{\pi}{2} \oplus$ (ب)

(✓) $\frac{x+y}{2} = \sqrt{xy} \Rightarrow x+y - 2\sqrt{xy} = 0 \Rightarrow (\sqrt{x} - \sqrt{y})^2 = 0 \Rightarrow \sqrt{x} = \sqrt{y} \xrightarrow{x=y} y = x$ (ج)

د) $xy^2 + 2x - y^3 - 2y = 0 \Rightarrow xy^2 + 2x = y^3 + 2y \Rightarrow x(y^2 + 2) = y(y^2 + 2) \Rightarrow x = y$ (✓)

$f(x) = \begin{cases} 2x^2 - b : |x-1| \geq 3 \rightarrow \begin{cases} x \geq 4 \\ x \leq -2 \end{cases} \\ a + 2x : -3 \leq x \leq 1 \end{cases}$ $x = -1 \Rightarrow \begin{cases} 2x^2 - b = 2 - b \\ a + 2x = a - 2 \end{cases}$ برابر

۱. در هر دو دامنه هست پس برای تابع یکتا باید مقدار y به ازای $x = -1$ در هر دو ضابطه برابر باشد

$\Rightarrow 2 - b = a - 2 \Rightarrow a + b = 4$

۳. بتوجه به اینکه دامنه عبارت $f(x) = \sqrt{a - bx - x^2}$ ، $D_f = [b, a]$ ، $a + b = ?$ و اینکه باید زیر رادیکال را منفی و مثبت کند

برای آنکه بازه داده شده عبارت را منفی نکند: $x = b \Rightarrow a - b^2 - b^2 = 0 \Rightarrow a = 2b^2$ (I)

$x = a \Rightarrow a - ba - a^2 = 0 \Rightarrow a(1 - b - a) = 0$ (II)

(I), (II) $\Rightarrow 2b^2(1 - b - 2b^2) = 0 \Rightarrow b = 0 \Rightarrow a = 0$ یا $b = +\frac{1}{2} \wedge b = -1$

$b = -1 \Rightarrow a = 2 \Rightarrow a + b = -1 + 2 = 1$

۴. دامنه عبارت درجه ۲ به بین ۲ عدد یا خارج از آن است $y = \frac{x}{\sqrt{ax^2 + bx + c}}$ ، $D = (-\infty, 2)$

عبارت زیر رادیکال درجه ۱ بوده و عدد ۲ نیز آن را منفی نکند $a = 0 \Rightarrow bx + c \Rightarrow 2b + c = 0 \Rightarrow c = -2b$

همین ۲ عدد را مقبوض است $\Rightarrow 3a + c - 3|b| = 0 \xrightarrow{a=0, c=-2b} 2b + 3b = b$

$$\text{ا) } f(x) = \sqrt{\frac{1}{|x| - [x]}} \rightarrow |x| - [x] \neq 0 \rightarrow |x| \neq [x] \rightarrow x \neq [x] \rightarrow \mathbb{R} - \mathbb{Z}$$

$$\rightarrow \begin{cases} x \neq [x] \rightarrow \mathbb{R} - \mathbb{Z} \\ x \neq -[x] \rightarrow \text{مطلوبه برقرار} \end{cases} \Rightarrow D_f = \mathbb{R} - \mathbb{Z}$$

$$\text{ب) } f(x) = \sqrt{x} + \sqrt{y} = 9 \rightarrow \sqrt{y} = 9 - \sqrt{x} \xrightarrow{x \geq 0} 9 - \sqrt{x} \geq 0 \rightarrow 9 \geq \sqrt{x} \rightarrow 81 \geq x \rightarrow x \in [0, 81]$$

$$\Rightarrow D_f = [0, 81]$$

$$\text{ا) } f(x) = \sqrt{\lg \frac{x^{m-1}}{n}} \Rightarrow \begin{cases} x^{m-1} > 0 \rightarrow x > \frac{1}{n} \\ x > 0, x \neq 1 \\ \lg \frac{x^{m-1}}{n} \geq 0 \rightarrow x^{m-1} \geq n \rightarrow x \geq \sqrt[m-1]{n} \end{cases} \Rightarrow D_f = \left(\frac{1}{n}, +\infty\right) - \{1\}$$

$$\text{ب) } f(x) = \lg \frac{1}{4 + \sqrt{|x|} - |x|} \Rightarrow \begin{cases} 4 + \sqrt{|x|} - |x| \neq 0 \rightarrow (\sqrt{|x|} - 3)(\sqrt{|x|} + 2) \neq 0 \\ \sqrt{|x|} \neq 3 \rightarrow |x| \neq 9 \rightarrow x \neq \pm 9 \\ \sqrt{|x|} + 2 > 0 \rightarrow \sqrt{\text{مطلوبه برقرار}} \\ \frac{1}{4 + \sqrt{|x|} - |x|} > 0 \rightarrow \frac{-9}{\pm 5 - 5} \Rightarrow D_f = \mathbb{R} - [-9, 9] \end{cases}$$

$$y = \sqrt{\frac{rx+r}{x+b}} + a = \sqrt{\frac{rx+r}{x+b}} + a$$

V = مربع ب + x نه منفرجه چون r از دانه بود این فرجه

از منفرجه باشد

$$\rightarrow x+b=0 \xrightarrow{x=-r} r+b=0 \rightarrow b=-r$$

$$f(x) = \begin{cases} rx-1; [x] > r \rightarrow x \geq r \\ rx+r; [x] \leq r \rightarrow x < r \end{cases}, y = \sqrt{f(x) - x + 1}$$

$$f(x) - x + 1 \geq 0 \Rightarrow \begin{cases} rx-1-x+1 \geq 0 \rightarrow rx \geq x \rightarrow x \geq \frac{1}{r} \\ rx+r-x+1 \geq 0 \rightarrow rx \geq x-r-1 \rightarrow x \geq \frac{-r-1}{r} \end{cases} \Rightarrow D = \left[\frac{1}{r}, +\infty\right)$$

$$y = \frac{rx^r + rx^{r-1} + rx^{r-2} + \dots + rx + r}{(rx+1)^r} = \frac{r(x^r + x^{r-1} + \dots + x + 1)}{(rx+1)^r} = \frac{r(x^{r+1} - 1)}{(rx+1)^r(r)} = \frac{x^{r+1} - 1}{(rx+1)^r}$$

$$rx+1 \neq 0 \Rightarrow x \neq -\frac{1}{r} \Rightarrow D = \mathbb{R} - \left\{-\frac{1}{r}\right\}$$

$$y = \sqrt{1 - \lg(rx-a)} \Rightarrow \begin{cases} rx-a > 0 \rightarrow x > \frac{a}{r} \rightarrow b \\ \lg(rx-a) \leq 1 \rightarrow rx-a \leq 10 \rightarrow x \leq \frac{10+a}{r} \rightarrow c=10 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{a}{r}, \frac{10+a}{r}\right] = (b, c] \Rightarrow c-b = \frac{10+a}{r} - \frac{a}{r} = \frac{10}{r} = 2$$