

تاریخ: ۱۴۰۴/۰۵/۲۰ ۱۹ فصل پنجم - دایره (دایره) B

الف)  $y^3 - 2x^2 = 2x - 1 \Rightarrow y = \sqrt[3]{2x^2 + 2x - 1}$  (۲) ✓

ب)  $x \cos y = y \cos x \xrightarrow{x=\frac{\pi}{2}} \frac{\pi}{2} \cos y = 0 \Rightarrow \cos y = 0 \Rightarrow y = k\pi - \frac{\pi}{2} \oplus$  (X) ✓

ج)  $\frac{x+y}{2} = \sqrt{xy} \Rightarrow x+y - 2\sqrt{xy} = 0 \Rightarrow (\sqrt{x} - \sqrt{y})^2 = 0 \Rightarrow \sqrt{x} = \sqrt{y} \xrightarrow{x=y} y = x$  (۱) ✓

د)  $xy^2 + 2x - y^3 - 2y = 0 \Rightarrow xy^2 + 2x = y^3 + 2y \Rightarrow x(y^2 + 2) = y(y^2 + 2) \Rightarrow x = y$  (۱) ✓

$f(x) = \begin{cases} 2x^2 - b : |x-1| \geq 3 \rightarrow \begin{cases} x \geq 4 \\ x \leq -2 \end{cases} \\ a + 2x : -3 \leq x \leq 1 \end{cases}$   $x = -1 \Rightarrow \begin{cases} 2x^2 - b = 2 - b \\ a + 2x = a - 2 \end{cases}$  (۱) ✓  
 { در هر دو دامنه هست پس برای تابع یکتا باشد  
 مقدار y به ازای x در هر دو دامنه برابر باشد

$\Rightarrow 2 - b = a - 2 \Rightarrow a + b = 4$  ✓

۳- تابع به اینده دایره عبارت  $f(x) = \sqrt{a - bx - x^2}$ ,  $D_f = [b, a]$ .  $a + b = ?$  (۲) ✓  
 و دایره باید زیر رادیکال واقع شود.

$x = b \Rightarrow a - b^2 - b^2 = 0 \Rightarrow a = 2b^2$  (I)

$x = a \Rightarrow a - ba - a^2 = 0 \Rightarrow a(1 - b - a) = 0$  (II)

(I), (II)  $\Rightarrow 2b^2(1 - b - 2b^2) = 0 \Rightarrow b = 0 \Rightarrow a = 0$  X  
 $\xrightarrow{(b-1)(b+1)} b = +\frac{1}{2}$   $b = -\frac{1}{2}$  ✓

$b = -\frac{1}{2} \Rightarrow a = 2 \Rightarrow a + b = -\frac{1}{2} + 2 = \frac{3}{2}$  ✓

۴- دایره به اینده درجه ۲ و ۳ خارج از آن است  $y = \frac{x^2}{\sqrt{ax^2 + bx + c}}$   $D = (-\infty, 2)$  (۲) ✓

عبارت زیر رادیکال درجه ۱ بوده و عدد ۲ نیز آن را غیر ممکن کند.

$a = 0 \Rightarrow bx + c \xrightarrow{x=2} 2b + c = 0 \Rightarrow c = -2b$   $a = 0$

$\Rightarrow 3a + c - 3|b| = 0 \xrightarrow{\substack{a=0 \\ c=-2b}} 2b + 3b = b$  ✓

$$f(n) = \sqrt{\frac{1}{|n| - [n]}} \rightarrow |n| - [n] \neq 0 \rightarrow |n| \neq [n] \rightarrow \begin{cases} n \neq [n] \rightarrow \mathbb{R} - \mathbb{Z} \\ n \neq -[n] \rightarrow \text{همواره برقرار} \end{cases} \rightarrow D_f = \mathbb{R} - \mathbb{Z}$$

$$b) f(n) = \sqrt{n} + \sqrt{y} = 9 \rightarrow \sqrt{y} = 9 - \sqrt{n} \rightarrow 9 - \sqrt{n} \geq 0 \rightarrow 9 \geq \sqrt{n} \rightarrow 81 \geq n \rightarrow D_f = [0, 81]$$

$$a) f(n) = \sqrt[n]{n^{n-1}} \rightarrow \begin{cases} n^{n-1} > 0 \rightarrow n > \frac{1}{n} \\ n > 0, n \neq 1 \rightarrow n-1 \leq 0 \rightarrow n \leq \frac{1}{n} \\ n^{n-1} \geq 0 \rightarrow n-1 \geq 1 \rightarrow n \geq \frac{1}{n} \end{cases} \rightarrow D_f = (\frac{1}{e}, +\infty) \cup [1, 4]$$

$$b) f(n) = \lg \frac{1}{4 + \sqrt{|n|} - |n|} \rightarrow \begin{cases} 4 + \sqrt{|n|} - |n| \neq 0 \rightarrow (\sqrt{|n|} - 3)(\sqrt{|n|} + 2) \neq 0 \\ \sqrt{|n|} \neq 3 \rightarrow |n| \neq 9 \rightarrow n \neq \pm 9 \\ \sqrt{|n|} + 2 \neq 0 \rightarrow \sqrt{\text{همواره برقرار}} \\ \frac{1}{4 + \sqrt{|n|} - |n|} > 0 \rightarrow \frac{-9}{\pm 5 - 5} \Rightarrow D_f = \mathbb{R} - [-9, 9] \end{cases}$$

$$y = \sqrt{\frac{2x+2}{x+b}} + a = \sqrt{\frac{2(x+1)}{x+b}} + a$$

خرج ب و x باید منفی چون 2 میزنه بعد از این خراب میشه

$$\rightarrow x+b=0 \xrightarrow{x=-1} 2+b=0 \rightarrow b=-2 \rightarrow a < -3$$

$$f(n) = \begin{cases} 2n-1; [n] > 2 \rightarrow n \geq 3 \\ 2n+3; [n] \leq 2 \rightarrow n \leq 2 \end{cases}, y = \sqrt{f(n) - n + 1}$$

$$f(n) - n + 1 \geq 0 \rightarrow \begin{cases} 2n-1 - n + 1 \geq 0 \rightarrow n \geq 0 \\ 2n+3 - n + 1 \geq 0 \rightarrow n \geq -4 \end{cases} \rightarrow D = [\frac{1}{e}, +\infty)$$

$$y = \frac{25n^3 + 10n^2 + 12n + 3}{(2n+1)^2} - \frac{2(11n^3 + 12n^2 + 4n + 1)}{(2n+1)^2} - \frac{2(2n+1)^2}{(2n+1)^2} = \frac{1}{2n+1}$$

$$2n+1 \neq 0 \rightarrow n \neq -\frac{1}{2} \rightarrow D = \mathbb{R} - \{-\frac{1}{2}\}$$

$$y = \sqrt{1 - \lg(2n-a)} \rightarrow \begin{cases} 2n-a > 0 \rightarrow n > \frac{a}{2} \rightarrow b \\ \lg(2n-a) \leq 1 \rightarrow 2n-a \leq 10 \rightarrow n \leq \frac{10+a}{2} \rightarrow c=10 \end{cases}$$

$$\rightarrow (\frac{a}{2}, \frac{10+a}{2}] = (b, c] \rightarrow c-b = \frac{10+a}{2} - \frac{a}{2} = \frac{10}{2} = 5$$