۱۷,۷۵   ۸ آذر ۱۲   حل تمرین

Year: .... Month: .... Day: .... Subject: ....

① ۲

الف) $y^۳ - ۲x^۲ = ۲x - ۱ \rightarrow y^۳ = ۲x^۲ + ۲x - ۱$

$(x_1, y_1) \in f$, $(x_۲, y_۲) \in f \xrightarrow{x_1 = x_۲} y_1^۳ = y_۲^۳ \rightarrow y_1 = y_۲$ ✓ تابع است

ب) $x \cos y = y \cos x$ ✓ تابع نیست

$x = \frac{\pi}{۲} \rightarrow \frac{\pi}{۲}\cos y = y \underbrace{\cos(\frac{\pi}{۲})}_{۰} \rightarrow \cos y \, \frac{\pi}{۲} = ۰ \rightarrow y = \frac{\pi}{۲}, \frac{۳\pi}{۲}, \ldots$

ج) $\frac{x+y}{۲} = \sqrt{xy}$ ✓ تابع است

$x + y = ۲\sqrt{xy} \rightarrow x - ۲\sqrt{xy} + y = ۰ \rightarrow (\sqrt{x} - \sqrt{y})^۲ = ۰ \rightarrow x = y$

د) $xy^۲ + ۲x - y^۳ - ۲y = ۰$ ✓ تابع است $\rightarrow xy^۲ + ۲x = y^۳ + ۲y$

$x(y^۲ + ۲) = y^۳ + ۲y \rightarrow x = \frac{y^۳ + ۲y}{y^۲ + ۲}$

$(x_1, y_1) \in f$, $(x_۲, y_۲) \in f \xrightarrow{x_1 = x_۲} y_1 = y_۲ \rightarrow \begin{cases} x = \frac{y_1^۳ + ۲y_1}{y_1^۲ + ۲} \rightarrow y_1(y_1^۲ + ۱) \\ x = \frac{y_۲^۳ + ۲y_۲}{y_۲^۲ + ۲} \rightarrow y_1(y_1^۲ + ۱) \end{cases}$ $y_۲ = y_1$

② ۲

$f(x) = \begin{cases} ۲x^۲ - b \; ; \; |x - ۱| \geq ۲ \\ a + ۲x \; ; \; -۳ \leq x \leq -۱ \end{cases}$

$x - ۱ \geq ۲ \rightarrow x \geq ۳$

$-۲ \geq x - ۱ \rightarrow -۱ \geq x$

بین دو ... در $x = -۱$ یکسان اند

$۲(-۱)^۲ - b = a - ۲ \rightarrow ۲ - b = a - ۲$

✓ $a + b = ۴$

ب) $f(x) = \sqrt{x} + \sqrt{y} = ۹ \rightarrow \sqrt{y} = ۹ - \sqrt{x} \rightarrow ۹ - \sqrt{x} \geq ۰ \rightarrow ۹ \geq \sqrt{x}$

✓ $D_f = [۰, ۸۱]$ — $۸۱ \geq x$

③ ۲

الف) $f(x) = \frac{۱}{\sqrt{|x| - [x]}} \rightarrow |x| \neq [x]$ ✓ $x \in \mathbb{R} - \{\mathbb{Z}^+, ۰\}$

Year:.......... Month:.......... Day:.......... Subject:..........

۳) تابع بد max داشته باشد

۲

$(-x+b)(x-a) = -x^2+ax+bx-ab$

$-x^2+ax+bx-ab = -x^2-bx+a$

$-x^2+(a+b)x-ab = -x^2-bx+a \to a+b=-b \to a-1=1 \to a=2$

$\to a=-ab \to b=-1$

$a+b=2-1=1$

---

۴) ۲

$y=\frac{2}{\sqrt{ax^2+bx+c}}$ $D_f=(-\infty,2]$ دامنه برای تابع خطی صدق می‌کند

$a=0$

$2b+c=0 \to c=-2b$

$a=0$

$b \to$ منفی است

$3a+c-3|b| \to 3(0)-2b-3(-b)$

$-2b+3b=b$

---

۵ ـ صفر

۶) ۲

الف) $f(x)=\sqrt{\log_x^{3x-1}} \longleftrightarrow x\geq 3x-1\geq 1 \to x\geq \frac{2}{3}$

$\to 0<x<1 \to 3x-1\leq 1 \to 3x\leq 2 \to x\leq \frac{2}{3}$

$3x-1>0 \to x>\frac{1}{3}$

$x>0$

$x\neq 1$

اشتراک $\to (\frac{1}{3},\frac{2}{3}]\cup(1,+\infty)$

ب) $f(x)=\log\frac{1}{4+\sqrt{|x|}-|x|} \to \frac{1}{4+\sqrt{|x|}-|x|}>0 \to 4+\sqrt{|x|}-|x|>0$

فرض $\sqrt{|x|}=t$, $-t^2+t+4>0 \to$ -2 3 $-(+)-$

$-9<x<9 \leftarrow \sqrt{|x|}<3$ $-2<\sqrt{|x|}$ همواره برقرار

۶) ۲

$$\sqrt{\frac{3x+2+ax+ab}{x+b}} = \sqrt{\frac{(3+a)x+ab+2}{x+b}} \qquad \frac{\frac{-ab-2}{3+a}\quad -b}{+\ |\ -\ |\ +}$$

$$b=-2 \quad a=-1 \leftarrow 2 = \frac{ab-2}{3+a} = -b$$ لذا

$$I \cup II = x \geq \frac{-4}{3}$$

۸)

$$f(x)= \begin{cases} 2x-1 \; ; \; [x] > 4 \Rightarrow x \geq 5 \\ 4x+3 \; ; \; [x] \leq 4 \Rightarrow x < 5 \end{cases}$$

$f(x) - x + 1 \geq 0$

$2x-1-x+1 \geq 0 \to x \geq 0 \xrightarrow{\cap} x \geq 5 \quad I$

$4x+3-x+1 \geq 0 \to 3x+4 \geq 0 \to x \geq \frac{-4}{3} \xrightarrow{\cap} 5 > x \geq -\frac{4}{3} \quad II$

۹) ۱,۲۵

$$y = \frac{24x^3+36x^2+18x+3}{(4x^2+4x+1)^2} = \frac{6x+3}{} \quad \text{ساده شده} = \frac{3}{2x+1}$$

$4x^2+4x+1 \neq 0 \to x \neq -\frac{1}{2} \to x \in R - \{-\frac{1}{2}\}$

۱۰) ۲

$2x-a > 0 \to x > \frac{a}{2}$

$1 \geq \log_{10}^{2x-a} \to 10 \geq 2x-a$

$\frac{10+a}{2} \geq x \to \frac{10+a}{2} \geq x > \frac{a}{2}$

$(\frac{a}{2}, \frac{10+a}{2}]$

$(b, c]$

$c-b = \frac{10}{2} + \frac{a}{2} - \frac{a}{2} = 5$

ARYA