خورشید احمدی ۱۷/۲۵ تکلیف شماره ۱ کلاس ۱۲ دختر B

---

۱ (۲)

الف) $y^3 - 2x^2 - 2x - 1 \Rightarrow y^3 = 2x^2 + 2x - 1 \Rightarrow y = \sqrt[3]{2x^2+2x-1}$

تابع است ✓

ب) $x\cos y = y\cos x \xrightarrow{\text{مثال نقض}}$ $x = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \frac{\pi}{2}\cos y = 0 \Rightarrow y = k\pi + \frac{\pi}{2}$

تابع نیست ⇐ $k \in \mathbb{Z}$ ✓

ج) $\frac{x+y}{2} = \sqrt{xy}$; $x, y > 0 \xrightarrow{\text{توان دو}} x^2+y^2+2xy = 4xy \Rightarrow x^2+y^2-2xy = 0 \Rightarrow$

$(x-y)^2 = 0 \Rightarrow x - y = 0 \Rightarrow x = y \rightarrow$ تابع است ✓

د) $xy^2+2x-y^3-2y=0 \Rightarrow x(y^2+2) = y(y^2+2) \Rightarrow x = y \longrightarrow$ تابع است ✓

---

۲ (۲)

$$f(x) = \begin{cases} 2x^2 - b & ; |x-1| \geq 2 \\ a + 2x & ; -3 \leq x \leq -1 \end{cases}$$

$\xrightarrow{|x-1|\geq 2}$ $x-1 \geq 2 \rightarrow x \geq 3$, $x-1 \leq -2 \rightarrow x \leq -1 \Rightarrow x \leq -1$, $x \geq 3$

$\Rightarrow x = -1 \Rightarrow 2x^2 - b = a + 2x \rightarrow 2 - b = a - 2 \Rightarrow \boxed{a+b=4}$ ✓

---

۳ (۲)

$f(x) = \sqrt{a - bx - x^2}$; $D_f = [b, a]$

$\Rightarrow f(a) = 0 \Rightarrow \sqrt{a - ab - a^2} = 0 \Rightarrow a - ab - a^2 = 0 \overset{\div a}{\Rightarrow} 1 - b - a = 0$

$\Rightarrow 1 = a + b$ ✓

---

۴ (۱)

$3(0) + (-2b) - 3(-b) = b$

$y = \frac{2}{\sqrt{ax^2+bx+c}}$, $D_f = (-\infty, 2)$ $3a + c - 3|b| = ?$

ریشه مضاعف داشته است ✗

تابع به صورت خط با شیب منفی است $a = 0$ $b < 0$ $c > -2b$

$\sqrt{ax^2+bx+c} = \sqrt{-(x-2)^2} \Rightarrow -x^2 + 4x - 4 = ax^2 + bx + c$

$\Rightarrow a = -1$, $b = 4$, $c = -4 \Rightarrow 3a + c - 3|b| = -3 - 4 - 12 = -19$

$\xrightarrow[b=4]{b \text{ برحسب}}$ $\boxed{\text{جواب} = \frac{-19}{4} b}$

الف) $f(x)=\sqrt[3]{\dfrac{1}{|x|-[x]}} \longrightarrow |x|-[x]\neq 0 \Rightarrow |x|\neq[x]$ ۵

$\Rightarrow D_f=\mathbb{Z}^+\cup\{0\}$ ✓ (۱/۵)

ب) $f(x)=\sqrt{x}+\sqrt{y}=9 \longrightarrow \sqrt{y}=9-\sqrt{x} \Rightarrow y=81-18\sqrt{x}+x$

$\Rightarrow y=x-18\sqrt{x}+81 \xrightarrow{\sqrt{x}=t} t^2-18t+81=0 \Rightarrow (t-9)^2=0 \Rightarrow t=9$

$D_f=[0,81]$

$\Rightarrow x=81 \longrightarrow \begin{array}{c|c} & 81 \\ - & + \end{array} \underset{x\geq 0}{\overset{y\geq 0}{\Rightarrow}} D_f=[81,+\infty)$

$\sqrt{x} \to x\geq 0$

$9-\sqrt{x}\geq 0 \to \sqrt{x}\leq 9$

$x\leq 81$

(۰/۱۵)

الف) $f(x)=\sqrt{\log_x^{3x-1}} \longrightarrow \left.\begin{array}{l} 3x-1>0 \\ x>0 \end{array}\right\} \Rightarrow x>\frac{1}{3}, x>0$ I ۶

$0<3x-1\leq x^0 \to x\leq\frac{2}{3}$

$D_f=(\frac{1}{3},\frac{2}{3}]\cup(1,+\infty)$

$\log_x^{3x-1}\geq 0 \longrightarrow 3x-1\geq 1 \Rightarrow x\geq\frac{2}{3}$ II (۱/۵)

$\xrightarrow{I\cap II} D_f=x\geq\frac{2}{3}$

(۱)

ب) $f(x)=\log\dfrac{1}{6+\sqrt{|x|}-|x|} \longrightarrow \dfrac{1}{6+\sqrt{|x|}-|x|}>0 \longrightarrow 6+\sqrt{|x|}-|x|>0$

$\xrightarrow{\sqrt{|x|}=t} -t^2+t+6>0 \longrightarrow -(t-3)(t+2)>0 \Rightarrow t=3$ ✓, $t=-2$ ✗

$\xrightarrow{t=3} |x|=9 \Rightarrow x=\pm 9 \xrightarrow{6+\sqrt{|x|}-|x|>0} D_f=(-9,9)$ ✓

$\begin{array}{c|c|c} & -9 & 9 & \\ - & + & - \end{array}$

$y=\sqrt{\dfrac{3x+2}{x+b}+a}$; $D=(2,+\infty) \longrightarrow \dfrac{3x+2+ax+ab}{x+b}\geq 0 \longrightarrow$ ۷

$a=-3 \longleftarrow$ ریشه‌ی صورت باید از بین برود

$\dfrac{x(3+a)+(2+ab)}{x+b}\geq 0 \xrightarrow{\text{هموگرافیک}} x=\dfrac{-d}{c} \Rightarrow x=-b \xrightarrow{x=2} 2=-b \Rightarrow \boxed{b=-2}$ ✓ (۷۵)

$y=\sqrt{f(x)-x+1}$; $f(x)=\begin{cases} 2x-1 ; [x]>4 \to 2x-1 ; x\geq 5 \\ 4x+3 ; [x]\leq 4 \to 4x+3 ; x<5 \end{cases}$ ۸ (۱/۷۵)

$\begin{cases} x\geq 5 \to \sqrt{2x-1-x+1}=\sqrt{x} \Rightarrow x\geq 0 \\ x<5 \to \sqrt{4x+3-x+1}=\sqrt{3x+4} \Rightarrow 3x+4\geq 0 \Rightarrow x\geq -\frac{4}{3} \end{cases}$

$D_f=[-\frac{4}{3},+\infty)$

$\boxed{\text{جواب} = x\geq 0}$

$$y=\frac{24x^3+36x^2+18x+3}{(4x^2+4x+1)^2}=\frac{3(2x+1)^3}{(2x+1)^2}=3(2x+1)\ ;\ x\neq\frac{-1}{2}$$ ۹

ساده شده $=\dfrac{3}{2x+1}$

۱,۷۵

$\Rightarrow$ y دامنه $=\mathbb{R}-\left\{-\frac{1}{2}\right\}$ ✓

$$y=\sqrt{1-\log(2x-a)}\ ;\ D=(b,c]$$ ۱۰

۲

$\rightarrow 1-\log^{2x-a}\geq 0 \Rightarrow \log^{2x-a}\leq 1 \Rightarrow 2x-a\leq 10 \Rightarrow x\leq\frac{10+a}{2}$

$;\ 2x-a>0 \Rightarrow x>\frac{a}{2} \Longrightarrow D=\left(\underbrace{\frac{a}{2}}_{b},\underbrace{\frac{10+a}{2}}_{c}\right]$

- $c-b=\frac{10+a}{2}-\frac{a}{2}=5$ ✓