

سوال ۱) ۲

تابع است ✓

$$y^3 - 2x^2 = 2x - 1 \Rightarrow \begin{cases} y_1^3 = 2x_1^2 + 2x_1 - 1 \\ y_2^3 = 2x_2^2 + 2x_2 - 1 \end{cases} \Rightarrow y_1^3 = y_2^3 \Rightarrow y_1 = y_2 \Rightarrow$$

ب) $x \cos y = y \cos x \xrightarrow{x = \frac{\pi}{2}} \frac{\pi}{2} \cos y = \cos \frac{\pi}{2} \Rightarrow \cos y = 0 \Rightarrow y = k\pi \pm \frac{\pi}{2} \Rightarrow$ به ازای یک x چندین y داریم در نتیجه این ضابطه تابع نیست ✓

ج) $\frac{x+y}{y} = \sqrt{xy} \quad x, y > 0 \Rightarrow x+y = y\sqrt{xy} \xrightarrow{\text{توان ۲}} x^2 + 2xy + y^2 = 4xy \Rightarrow x^2 - 2xy + y^2 = 0 \Rightarrow (x-y)^2 = 0 \Rightarrow x = y \Rightarrow$ این ضابطه تابع هست ✓

د) $xy^2 + 2x - y^2 - 2y = 0 \rightarrow x(y^2 + 2) - y(y^2 + 2) = 0 \rightarrow (y^2 + 2)(x - y) = 0 \Rightarrow x = y \Rightarrow$ به ازای هر مقدار x دقیقاً یک y وجود دارد بنابراین تابع هست ✓

سوال ۲) ۲

$$f(x) = \begin{cases} 2x^2 - b; & |x-1| \geq 2 \Rightarrow x-1 \geq 2 \Rightarrow x \geq 3 \quad x-1 \leq -2 \Rightarrow x \leq -1 \\ & \Rightarrow 2(-1)^2 - b = a + 2(-1) \Rightarrow 2 - b = a - 2 \Rightarrow a + b = 4 \quad \checkmark \\ a + 2x; & -3 \leq x \leq -1 \end{cases}$$

سوال ۳) ۲

$f(x) = \sqrt{a - bx - x^2} \Rightarrow x^2 + bx - a \leq 0 \quad (x-a)(x-b) \leq 0 \quad \frac{b}{1+1} \frac{a}{1+1} \quad [b, a] \quad a \neq 0 \quad b \in \mathbb{R}$

$\frac{c}{a} = \text{ضرب در } \frac{c}{a} \Rightarrow ab = -a \Rightarrow b = -1 \quad \frac{-b}{a} = \text{جمع در } \frac{c}{a} \Rightarrow a+b = -b \Rightarrow a+b = -(-1) = 1 \quad \checkmark$

سوال ۴) ۲

$y = \frac{2}{\sqrt{ax^2 + bx + c}} \quad D_f = (-\infty, 2) \Rightarrow \frac{2}{\sqrt{ax^2 + bx + c}} \Rightarrow ax^2 + bx + c > 0$

$bx + c \xrightarrow{x=2} 2b + c = 0 \Rightarrow c = -2b \quad 3a + c - 3|b| = 3(0) + (-2b) - 3|b| = -2b + 3b = b \quad \checkmark$

سوال ۵) ۲

الف) $f(x) = \sqrt{\frac{1}{|x| - [x]}} \Rightarrow |x| \neq [x] \Rightarrow D_f = \mathbb{R} - \{x^+ \cup \{0\}\} \quad \checkmark$

$\mathbb{R} - \{0\} \rightarrow$ اعداد صحیح

ب) $f(x) = \sqrt{x} + \sqrt{y} = 9 \Rightarrow \sqrt{y} = 9 - \sqrt{x} \quad x \geq 0 \quad 9 - \sqrt{x} \geq 0 \Rightarrow \sqrt{x} \leq 9 \Rightarrow x \leq 81 \quad D_f = [0, 81] \quad \checkmark$

سوال ۶) ۱, ۵, ۵

الف) $f(x) = \sqrt{\lg_{x-1}} \rightarrow \begin{cases} x-1 > 0 \Rightarrow x > 1 \Rightarrow x > \frac{1}{e} \quad (1) \\ \lg_{x-1} x - 1 \geq 0 \Rightarrow x-1 \geq 1 \Rightarrow x-1 \geq 2 \Rightarrow x \geq \frac{3}{2} \quad (2) \\ x > 0 \Rightarrow x \neq 1 \quad (3) \end{cases}$

$(1) \cap (2) \cap (3) \Rightarrow D_f = [\frac{3}{2}, +\infty) - \{1\}$

$0 < x-1 \leq x^0 \rightarrow x \leq \frac{3}{2}$

ب) $f(x) = \lg \frac{1}{4 + \sqrt{|x|} - |x|} \rightarrow \begin{cases} \sqrt{|x|} \geq 0 \Rightarrow \text{همواره برقرار} \\ |x| - \sqrt{|x|} - 4 \neq 0 \quad \sqrt{|x|} = t \rightarrow t^2 - t - 4 \neq 0 \rightarrow (t-2)(t+2) \neq 0 \xrightarrow{\text{نقد}} \frac{t = \sqrt{|x|}}{\sqrt{|x|} + 2} \rightarrow \frac{t}{\sqrt{|x|} + 2} \rightarrow |x| \neq 9 \Rightarrow x \neq \pm 9 \\ \frac{1}{4 + \sqrt{|x|} - |x|} > 0 \quad \frac{-9}{-\frac{9}{4} + \frac{9}{4}} \Rightarrow (-9, 9) \Rightarrow D_f = (-9, 9) \quad \checkmark \end{cases}$

سوال ۷) $y = \sqrt{\frac{3n+2}{n+b}} + a$ $D_f = (2, +\infty) \Rightarrow y = \sqrt{\frac{3n+2+an+ab}{n+b}} - \frac{2}{-8} + \Rightarrow$ (۲) صورت راسی ندارد و ضرب n صورت در قیاسی می‌کنیم $\Rightarrow$ (۲) که داریم متعلق به خروج است بنابراین $b = -2$ ✓

$y = \sqrt{\frac{(3+a)n+ab}{n-2}} \Rightarrow c+a=0 \Rightarrow a=-c$ ✓ $b=-2$

سوال ۸) $f(n) = \begin{cases} 2n-1 & ; [n] > 4 \rightarrow n \geq 5 \\ 4n+3 & ; [n] \leq 4 \rightarrow n < 5 \end{cases}$ $y = \sqrt{f(n)-n+1} \Rightarrow f(n)-n+1 \geq 0 \Rightarrow f(n) \geq n-1 \rightarrow 2n-1 \geq n-1 \Rightarrow n \geq 0$ (۲) $4n+3 \geq n-1 \Rightarrow 3n \geq -4 \Rightarrow n \geq -\frac{4}{3} \rightarrow -\frac{4}{3} \leq n < 5 \Rightarrow D_y = [-\frac{4}{3}, +\infty)$ ✓

سوال ۹) $y = \frac{45n^2 + 44n + 3}{(4n^2 + 4n + 1)} = \frac{4(11n^2 + 11n + 3/4)}{(4n+1)^2} = \frac{4(4n+1)^2}{(4n+1)^2} = 4n+3 \Rightarrow D_y = 12 - \{-\frac{1}{4}\}$ (۱,۷۵) ✓

$\frac{4}{4n+1}$

سوال ۱۰) $y = \sqrt{1 - \log_2(n-a)}$ $D_y = (b, c]$ $\rightarrow 2n-a > 0 \Rightarrow n > \frac{a}{2}$ (۲)

$1 - \log_2(n-a) \geq 0 \rightarrow \log_2(n-a) \leq 1 \rightarrow n-a \leq 2 \rightarrow n \leq \frac{4+a}{2}$

$\Rightarrow b = \frac{a}{2}, c = \frac{4+a}{2}$ $c-b = \frac{4+a}{2} - \frac{a}{2} = \frac{4+a-a}{2} = 2$ ✓