بسم الله الرحمن الرحیم

تکلیف شماره (۱) ۱ — شکوه حیدری ۱

سوال ۱ (دلایل)

الف) $y^3 - 2x^2 = 2x - 1 \Rightarrow y^3 = 2x^2 - 2x + 1 \Rightarrow y = \sqrt[3]{2x^2 - 2x + 1}$

$(x_1, y) \in f,\ (x_2, y) \in f \xrightarrow{x_1 = x_2} 2x_1^2 - 2x_1 + 1 = 2x_2^2 - 2x_2 + 1 \Rightarrow \sqrt[3]{2x_1^2 - 2x_1 + 1} = \sqrt[3]{2x_2^2 - 2x_2 + 1}$

$\Rightarrow y_1 = y_2$ تابع است

ب) $x \cos y = y \cos x \xrightarrow{x = \frac{\pi}{2}} \frac{\pi}{2} \cos y = 0 \Rightarrow \cos y = 0$

$\Rightarrow \cos y = 0 \Rightarrow y \to \frac{\pi}{2}$

$\to \frac{3\pi}{2}$ تابع نیست

ج) $\frac{x+y}{2} = \sqrt{xy} \Rightarrow x + y = 2\sqrt{xy} \Rightarrow x + y - 2\sqrt{xy} = 0$

$(\sqrt{x} - \sqrt{y})^2 = 0 \Rightarrow \sqrt{x} = \sqrt{y} \Rightarrow x = y \Rightarrow$ تابع است

د) $xy^2 + 2x - y^3 - 2y = 0 \quad x(y^2 + 2) - y(y^2 + 2) = 0$

$(y^2 + 2)(x - y) = 0 \Rightarrow x = y \Rightarrow$ تابع است

همواره مثبت

سوال ۲

$$f(x) = \begin{cases} 2x^2 - b \ ; & |x - 1| \leq 2 \\ a + 2x \ ; & -3 \leq x \leq -1 \end{cases}$$

$|x-1| \geq 2 \Rightarrow x-1 \geq 2 \quad x \geq 3$

$\Rightarrow x-1 \leq -2 \quad x \leq -1$

$\xrightarrow{-1}$ باید در هر دو صدق کند

$2(-1)^2 + b = a + 2(-1) \Rightarrow 2 - b = a - 2 \Rightarrow$

$a + b = 4$

سوال ۳

$f(x) = \sqrt{a - bx - x^2} \rightarrow D_f = [b, a]$

$x = a \Rightarrow \sqrt{a - ab - a^2} = 0 \Rightarrow -a^2 - ab + a = 0 \Rightarrow$

$-a(a + b - 1) = 0 \Rightarrow a + b = 1$

سوال ۴

$f(x) = \dfrac{3}{\sqrt{ax^2 + bx + c}} \quad D(x) \Rightarrow (-\infty, 2)$

ریشه ۲

$\frac{2}{+ \mid -} \Rightarrow a = 0$

$\Rightarrow b < 0$

$bx + c \Rightarrow 2b + c = 0 \Rightarrow c = -2b$

$3(0) - 2b - 3(-b) = b$

سوال ۵

الف) $y = \sqrt[3]{\dfrac{1}{|x| - [x]}} \Rightarrow |x| - [x] \neq 0 \Rightarrow |x| \neq [x]$

$\Rightarrow D_f = \mathbb{R} - \{Z^+ \cup \{0\}\}$

ب) $\sqrt{x} + \sqrt{y} = 9 \Rightarrow \sqrt{y} = -\sqrt{x} + 9 \Rightarrow 9 - \sqrt{x} \geq 0$

$9 \geq \sqrt{x}$

$81 \geq x$ ①

$\sqrt{x} \Rightarrow x \geq 0$ ②

① و ② $= 0 \leq x \leq 81$

سوال ④

الف) $\sqrt{\log_x^{3x-1}}$ $\quad 3x-1>0$ $\quad 3x>1$ $\quad x>\frac{1}{3}$

$x>0, x\neq 1$

$\log_x^{3x-1}>0 \overset{x>1}{\Rightarrow} 3x-1>1 \Rightarrow x>\frac{2}{3}$ قبول

$\overset{0<x<1}{\Rightarrow} 3x-1<1 \Rightarrow x<\frac{2}{3}$ $\quad \frac{1}{3}<x<\frac{2}{3}$

ب) $\log\frac{1}{4+\sqrt{|x|}-|x|} = \log 1 - \log(4+\sqrt{|x|}-|x|)$

$4+\sqrt{|x|}-|x|>0 \quad \sqrt{|x|}=t$

$4+t-t^2>0 \Rightarrow t^2-t-4<0 \Rightarrow (t-3)(t+2)$

	-2		3	
	$+$	$\|$	$-$	$\|$

$-2<\sqrt{|x|}<3$

$0\leq|x|<9 \Rightarrow -9<x<9 \Rightarrow D_{f(x)}=(-9,9)-\{0\}$

$x\in\mathbb{R}-\{0\}$ یعنی

سوال ⑤

$\sqrt{\frac{3x+2}{x+b}}+9 \Rightarrow D_f=(2,+\infty) \Rightarrow$ شرط

$b=-2$

سوال ۸)

$۲x-۱ \quad [x] \geq ۵ \Rightarrow ۲x-۱ \,;\, x \geq ۵$

$y = \sqrt{۲x-۱-x+۱} \Rightarrow \sqrt{x} \qquad x \geq ۰$

$۴x+۳ \,;\, [x] < ۵ \Rightarrow ۴x+۳ \,;\, x < ۵$

$\Rightarrow \sqrt{۴x+۳-x+۱} \Rightarrow \sqrt{۳x+۴} \Rightarrow ۳x+۴ \geq ۰ \Rightarrow x \geq -\frac{۴}{۳}$

$D_f = [-\frac{۴}{۳}, ۵) \cup [۵, +\infty) \Rightarrow [-\frac{۴}{۳}, +\infty)$

سوال ۹)

$y = \frac{۳(۸x^۳+۱۲x^۲+۶x+۱)}{((۲x+۱)^۲)^۲} = \frac{۳(۲x+۱)^۳}{(۲x+۱)^۴}$

$\Rightarrow \frac{۳}{۲x+۱} \Rightarrow D_f = R - \{-\frac{۱}{۲}\}$

سوال ۱۰)

$\sqrt{۱-\log(۲x-a)} \Rightarrow ۱-\log(۲x-a) \geq ۰ \Rightarrow ۱ \geq \log(۲x-a)$

$۱۰ \geq ۲x-a \Rightarrow \frac{۱۰+a}{۲} \geq x \quad , \quad ۲x-a > ۰ \Rightarrow x > \frac{a}{۲}$

$D_f = (\frac{a}{۲}, \frac{۱۰+a}{۲}]$
$(b, c]$
$\Rightarrow c-b = \frac{۱۰+a}{۲} - \frac{a}{۲} = \frac{۱۰}{۲} = ۵$