بسم الله الرحمن الرحیم

تکلیف شماره (۱) — شکو حیدری

۱۹/۲۵

سوال ۱ — ۲

الف) $y^3 - 2x^2 = 2x - 1 \Rightarrow y^3 = 2x^2 - 2x + 1 \Rightarrow y = \sqrt[3]{2x^2 - 2x + 1}$

$(x_1, y_1) \in f \xrightarrow{x_1 = x_2} 2x_1^2 - 2x_1 + 1 = 2x_2^2 - 2x_2 + 1 \Rightarrow \sqrt[3]{2x_1^2 - 2x_1 + 1} = \sqrt[3]{2x_2^2 - 2x_2 + 1}$

$(x_2, y_2) \in f$

$\Rightarrow y_1 = y_2$ تابع است ✓

ب) $x \cos y = y \cos x \xrightarrow{x = \frac{\pi}{2}} \frac{\pi}{2} \cos y = 0 \Rightarrow \cos y = 0$

$\Rightarrow \cos y = 0 \Rightarrow y \to \frac{\pi}{2}$

$\quad \to \frac{3\pi}{2}$ تابع نیست ✓

ج) $\frac{x+y}{2} = \sqrt{xy} \Rightarrow x + y = 2\sqrt{xy} \Rightarrow x + y - 2\sqrt{xy} = 0$

$(\sqrt{x} - \sqrt{y})^2 = 0 \Rightarrow \sqrt{x} = \sqrt{y} \Rightarrow x = y \Rightarrow$ تابع است ✓

د) $xy^2 + 2x - y^3 - 2y = 0 \quad x(y^2 + 2) - y(y^2 + 2) = 0$

$(y^2 + 2)(x - y) = 0 \Rightarrow x = y \Rightarrow$ تابع است ✓

همواره مثبت

سوال ۲ — ۲

$$f(x) = \begin{cases} 2x^2 - b \ ; & |x - 1| \leq 2 \\ a + 2x \ ; & -3 \leq x \leq -1 \end{cases}$$

$|x-1| \geq 2 \Rightarrow x-1 \geq 2 \quad x \geq 3$

$\Rightarrow x-1 \leq -2 \quad x \leq -1$

$\xrightarrow[\text{باید در هر دو صدق کند}]{-1} 2(-1)^2+b = a+2(-1) \Rightarrow 2-b = a-2 \Rightarrow$

$\boxed{a+b=4}$

سوال ③ ②

$f(x)=\sqrt{a-bx-x^2} \rightarrow D_f=[b,a]$

$x=a \Rightarrow \sqrt{a-ab-a^2}=0 \Rightarrow -a^2-ab+a=0 \Rightarrow$

$-a(a+b-1)=0 \Rightarrow \boxed{a+b=1}$

سوال ④ ②

$f(x)=\frac{3}{\sqrt{ax^2+bx+c}} \quad D(x) \Rightarrow (-\infty,2)$

2 ریشه

$a=0$

$b<0$

$bx+c \Rightarrow 2b+c=0 \Rightarrow c=-2b$

$\boxed{3(0)-2b-3(-b)=b}$

سوال ⑤ ②

الف) $y=\sqrt[2]{\frac{1}{|x|-[x]}} \Rightarrow |x|-[x]\neq 0 \Rightarrow |x|\neq [x]$

$\Rightarrow \boxed{D_f = \mathbb{R}-\{Z^+ \cup \{0\}\}}$

اعداد حسابی $= W \leftarrow R-W$

ب) $\sqrt{x}+\sqrt{y}=9 \Rightarrow \sqrt{y}=-\sqrt{x}+9 \Rightarrow 9-\sqrt{x}\geq 0$

$9 \geq \sqrt{x}$

$81 \geq x$ ①

$\sqrt{x} \Rightarrow x \geq 0$ ②

$\boxed{① , ② = 0 \leq x \leq 81}$

Teacher Name: Dash
Subject:
Date:

سوال ۶ — ۱/۵

الف) $\sqrt{\log_x^{3x-1}}$ — $0/75$

$3x-1>0$
$3x>1$
$x>\frac{1}{3}$

$x>0 \,,\, x\neq 1$

$\log_x^{3x-1} \geq 0 \overset{x>1}{\Longrightarrow} 3x-1\geq 1 \Rightarrow x \geq \frac{2}{3}$ قبول

$\overset{0<x<1}{\Longrightarrow} 3x-1 \leq 1 \Rightarrow x \leq \frac{2}{3} \Rightarrow \boxed{\frac{1}{3}<x\leq\frac{2}{3}}$

$D_f = (\frac{1}{3}, \frac{2}{3}) \cup (1, +\infty)$

$0/75$

ب) $\log \frac{1}{4+\sqrt{|x|}-|x|} = \log_{10} 1 - \log 4+\sqrt{|x|}-|x|$

$4+\sqrt{|x|}-|x|>0 \qquad \sqrt{|x|}=t$

$4+t-t^2>0 \Rightarrow t^2-t-4<0 \Rightarrow (t-3)(t+2)$

$-2 \quad 3$
$+ \,|\, - \,|\, +$

$-2<\sqrt{|x|}<3$

$\underset{\text{برقرار}\Rightarrow \mathbb{R}-\{0\}}{\underline{0<|x|<9}} \Rightarrow -9<x<9 \Rightarrow \boxed{D_{f(x)}=(-9,9)-\cancel{\{0\}}}$

$D_f = (-9,9)$

سوال ۷ — ۱/۷۵

$\sqrt{\frac{3x+2}{x+b}}+a \Rightarrow D_f=(2,+\infty) \Rightarrow$ ریشه مخرج

$\boxed{b=-2}$ ✓

ریشه‌ی صورت باید از بین برود ← $\underline{a=-3}$

سوال ۸) ۹

$2x-1 \quad [x] \geq 5 \Rightarrow 2x-1 \; ; \; x \geq 5$

$y=\sqrt{2x-1-x+1} \Rightarrow \sqrt{x} \qquad x \geq 0$

$4x+3 \; ; \; [x] < 5 \Rightarrow \cancel{4x}+3 \; ; \; x<5$

$\Rightarrow \sqrt{4x+3-x+1} \Rightarrow \sqrt{3x+4} \qquad 3x+4 \geq 0 \Rightarrow x \geq -\frac{4}{3}$

$$D_f = [-\frac{4}{3}, 5) \cup [5, +\infty) \Rightarrow \boxed{[-\frac{4}{3}, +\infty)}$$

سوال ۹) ۲

$$y = \frac{3(8x^3+12x^2+6x+1)}{((2x+1)^2)^2} = \frac{3(2x+1)^3}{(2x+1)^4}$$

$$\Rightarrow \frac{3}{2x+1} \Rightarrow \boxed{D_f = R - \{-\frac{1}{2}\}}$$

سوال ۱۰) ۲

$\sqrt{1-\log(2x-a)} \Rightarrow 1-\log(2x-a) \geq 0 \Rightarrow 1 \geq \log(2x-a)$

$10 \geq 2x-a \Rightarrow \frac{10+a}{2} \geq x \quad , \quad 2x-a>0 \Rightarrow x > \frac{a}{2}$

$$D_f = (\frac{a}{2}, \frac{10+a}{2}] \quad (b, c] \Rightarrow c-b = \frac{10+a}{2} - \frac{a}{2} = \frac{10}{2} = \boxed{5}$$