

۱۹, ۵

تواند طاهران - تکلیف - دوازدهم دختر

۱- (۲)

$$\begin{cases} f(-x) - x f(x) = 2|x| + 1 \\ f(x) + x f(-x) = 2|-x| + 1 \end{cases} \xrightarrow{x \rightarrow -x} \begin{cases} -x f(-x) + x^2 f(x) = -2x|x| \\ f(x) + x f(-x) = 2|-x| + 1 \end{cases}$$

$$(x^2 + 1) f(x) = -2x|x| - x + 2|-x| + 1$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{-2x|x| - x + 2|-x| + 1}{x^2 + 1}$$

$$x < 0 \rightarrow f(x) = \frac{2x^2 - x - 2x + 1}{x^2 + 1} = \frac{2x^2 - 3x + 1}{x^2 + 1}$$

$$x > 0 \rightarrow f(x) = \frac{2x + 1 - 2x^2 - x}{x^2 + 1} = \frac{-2x^2 + x + 1}{x^2 + 1}$$

$$f(x) + f(0) = x^2 - 3x + 4 \xrightarrow{x=0} 2f(0) = 4 \Rightarrow f(0) = 2$$

$$f(x) + 2 = x^2 - 3x + 4 \Rightarrow f(x) = x^2 - 3x + 2$$

$$\Rightarrow f(x^2) = x^4 - 3x^2 + 2$$

$$y = \frac{x^2 + x + 2}{x - 1} \Rightarrow yx - y = x^2 + x + 2$$

$$\Rightarrow x^2 + (1-y)x + y+2 = 0$$

$$\Rightarrow x = \frac{y-1 \pm \sqrt{(1-y)^2 - 4(y+2)}}{2} \Rightarrow (y-1)^2 - 4(y+2) \geq 0$$

$$\Rightarrow y^2 - 2y + 1 - 4y - 8 \geq 0 \Rightarrow y^2 - 6y - 7 \geq 0$$

$$R_f = (-\infty, -1] \cup [7, +\infty)$$

الف) $y = 2x^2 - 5x + 1$ $\min \left| \frac{-b}{2a} = \frac{5}{4} \right|$

$$R_f = \left[\frac{-11}{2}, +\infty \right)$$

ب) $y = \sqrt{-x^2 + 4x - 5}$ ابتدا بر (مستوی عبارت) را محاسبه می کنیم

Subo

$$\max \left| \frac{-b}{2a} = \frac{-4}{-2} = 2 \right. \quad \sim \quad \sqrt{(-\infty, 4]} \Rightarrow R_f = [2, \infty)$$

$$-9 + 18 - 5 = 4$$

برده‌ی عبارت IR است در نتیجه:

$$ج) y = \sqrt{x^4 - 4x^2 + 4x + 1}$$

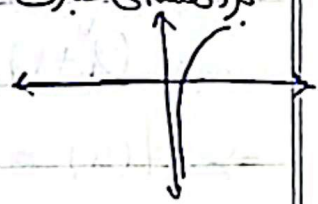
$$\sqrt{(-\infty, +\infty)} \sim R_f = [0, +\infty)$$

برده‌ی عبارت IR است در نتیجه:

$$د) \log(x^3 - 4x^2 + 7x + 4)$$

$$\log(-\infty, +\infty) = \log(0, +\infty)$$

$$\Rightarrow R_f = (-\infty, +\infty)$$



هـ - تابع همگرا نیست است پس بردار IR - $\{ \frac{a}{c} \}$ می باشد. (۲)

$$الف) y = \frac{3x+1}{2x-4} \quad R_f = IR - \left\{ \frac{3}{2} \right\}$$

ابتدا برده‌ی تابع را محاسبه می‌کنیم: IR - $\{k\}$

و پس پذیرش می‌دهیم: $\sqrt{R - \{k\}} \Rightarrow R_f = [0, +\infty)$

$$ج) y = \frac{x^2 + k}{\sqrt{x^2 + 3}} = \frac{x^2 + 4 + 1}{\sqrt{x^2 + 3}} = \sqrt{x^2 + 3} + \frac{1}{\sqrt{x^2 + 3}}$$

کمترین مقدار $\sqrt{x^2 + 3}$ و $\frac{1}{\sqrt{x^2 + 3}}$ می باشد.

$$\Rightarrow R_f = \left[\frac{4\sqrt{3}}{3}, +\infty \right) \cup \left[\frac{k}{\sqrt{3}}, +\infty \right) \cup \left[\sqrt{3} + \frac{1}{\sqrt{3}}, +\infty \right)$$

کمترین مقدار $x^2 + \frac{1}{x^2 + k} + k - k \Rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2 + k}$ می باشد

در نتیجه عبارت $x^2 + \frac{1}{x^2 + k}$

همواره بزرگتر از $\frac{1}{k} + k = \frac{1+k^2}{k}$ می باشد.

$$R_f = \left[\frac{1+k^2}{k}, +\infty \right)$$

$$ب) R_f = \left[\frac{1}{k}, +\infty \right)$$

۶- روش اصلی: $y = \frac{3x^2 + k}{x^2 - 1} \Rightarrow x^2 = \frac{y - k}{y - 3} = \frac{y + k}{y - 3}$ (۲)

$\Rightarrow x = \pm \sqrt{\frac{y + k}{y - 3}} \leadsto \frac{y + k}{y - 3} \geq 0$

$\begin{array}{c} -k \quad 3 \\ + \quad | \quad - \quad | \quad + \\ 0 \quad 3 \end{array}$

$R_f = (-\infty, -k] \cup (3, +\infty)$

با استفاده از نکته:

$y = \frac{3x^2 + k}{x^2 - 1} \xrightarrow{x^2=0} y = \frac{k}{-1} = -k$
 $\xrightarrow{x^2 \rightarrow +\infty} y = \frac{3x + \infty}{1x + \infty} = 3$

چون مخرج می تواند به ازای $x^2 = 1$ صفر شود بیرون از دو عدد است.

و چون عدد ۳ به ازای $x^2 = +\infty$ به دست آمد بازوی $R_f = (-\infty, -k] \cup (3, +\infty)$ آن باز است.

۷- $y = \frac{2 \sin x + k}{\sin x - 3} \xrightarrow{\sin x = -1} \frac{-2 + k}{-1 - 3} = \frac{2}{-4} = -\frac{1}{2}$ (۲)
 $\xrightarrow{\sin x = 1} \frac{2 + k}{1 - 3} = \frac{4}{-2} = -2$

$R_f = [-2, -\frac{1}{2}]$

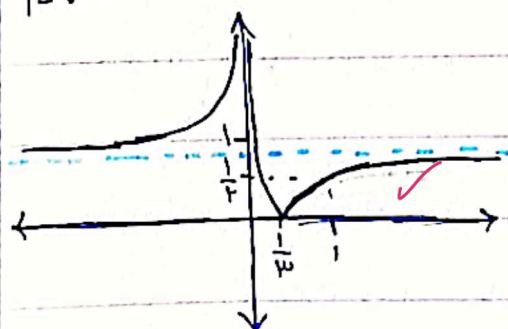
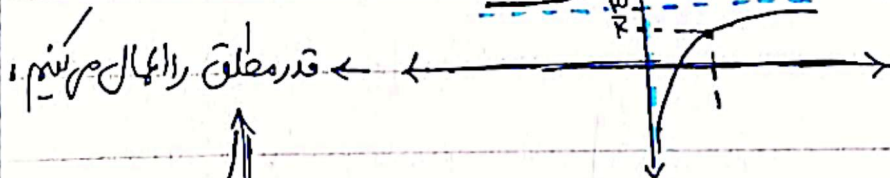
مخرج می تواند صفر شود و همواره منفی است $\leftarrow$

۸- ابتدا خود را تابع همگرا کنید $y = \frac{3x - 1}{kx}$ را رسم کنید.

الف) $y = \left| \frac{3x - 1}{kx} \right|$

مجاوب افقی: $y = \frac{3}{k}$

مجاوب قائم: $x = 0$

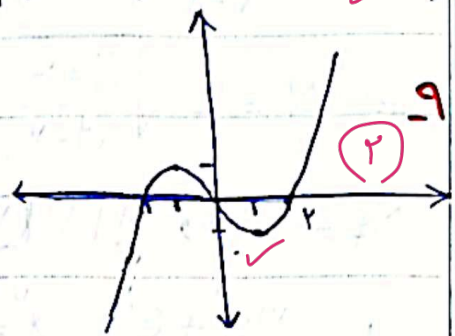


$R_f = [0, +\infty)$

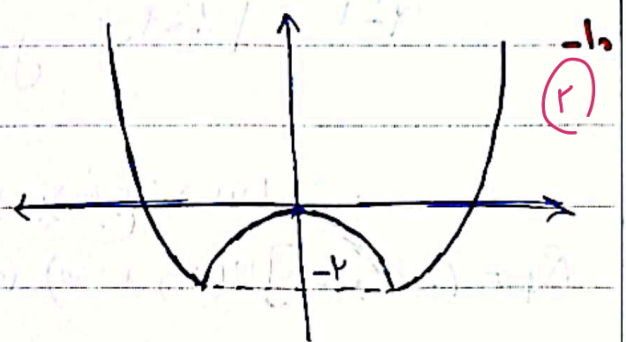
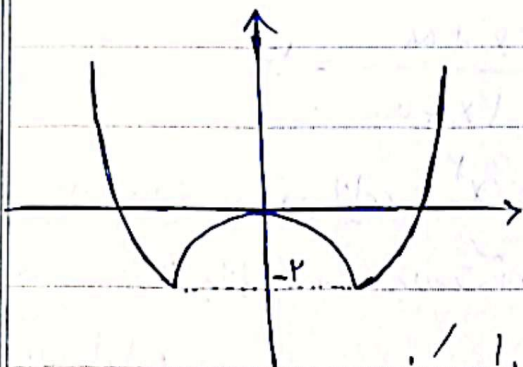
Scanned

$$\text{ب) } y = \sqrt{\frac{9x-18}{5x-1}} = \sqrt{\frac{9(x-2)}{5(x-2)}} = \sqrt{\frac{9}{5}} = \frac{3}{\sqrt{5}} \quad R_f = \left\{ \frac{3\sqrt{5}}{5} \right\}$$

$$y = x|x| - 2x \begin{cases} x > 0 \rightarrow y = x^2 - 2x \\ x < 0 \rightarrow y = -x^2 - 2x \end{cases}$$

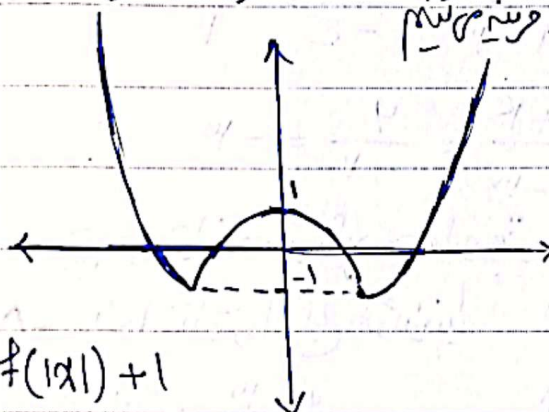


$$R_f = \mathbb{R}$$

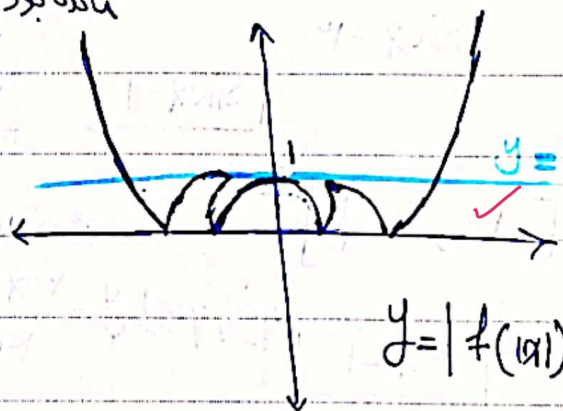


معادله‌های متقارن را با $|x|$ می‌نویسیم و معادله را ساده می‌کنیم

$$y = f(x) \rightarrow y = f(|x|)$$



$$y = f(|x|) + 1$$



$$y = |f(|x|) + 1|$$