سارینا عابدینی

۱ ـ

$$f(x+2)=\begin{cases}3x+5 & x\geq 1\\ 4x-1 & x<1\end{cases}$$

$x+2=t$

$$f(t)=\begin{cases}3(t-2)+5=3t-1 & t\geq 3\\ 4(t-2)-1=4t-9 & t<3\end{cases}$$

$$f(x)=\begin{cases}3x-1 & x\geq 3\\ 4x-9 & x<3\end{cases}$$

$$f(3-x)\xrightarrow{x\geq 3} f(3-x)=8-3x$$

$$\xrightarrow{x<2} f(3-x)=3-4x$$

$$f(x+1)\xrightarrow{x\geq 2} f(x+1)=3x+2$$

$$\xrightarrow{x<2} f(x+1)=4x-5$$

$$\xrightarrow{x\geq 3} 8-3x-3x-2=-6x+6$$

$$\xrightarrow{x<2} 3-4x-4x+5=-8x+8$$

★ $\sqrt{-6x+6} \rightarrow +\ 1\ - \rightarrow x\in(-\infty,1]$ I

★ $\sqrt{-8x+8} \rightarrow +\ 1\ - \rightarrow x\in(-\infty,1]$ II

$\mathrm{I}\cap\mathrm{II}=(-\infty,1]$

سارینا عابدینی

۲-

$f(f(x)) = \left((x^3+x)^9 + (x^3+x)^3\right)^3$

$f(x^3) = (x^9 + x^3)^3$

$\left((x^3+x)^9 + (x^3+x)^3\right)^3 < (x^9+x^3)^3$

$(x^3+x)^9 + (x^3+x)^3 < x^9 + x^3$

$\xrightarrow{x>0}$ معادله برقرار نیست $\xrightarrow{x=1}$ $520 < 2$ ✗

$\xrightarrow{x=0}$ دو طرف مساوی می‌شوند $\xrightarrow{x=0}$ $0 < 0$ ✗

$\xrightarrow{x<0}$ نامعادله برقرار است $\xrightarrow{x=-1}$ $-520 < -2$ ✓

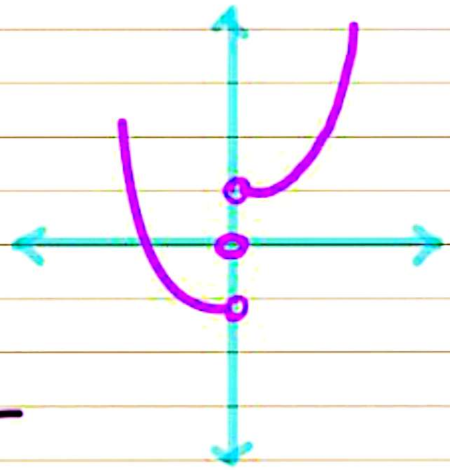
$\longrightarrow x \in (-\infty, 0)$

سا رنیاعی بهمنی

۳ـ

$x>0 \longrightarrow x^2+1$

$x<0 \longrightarrow -x^2-1$



ناپیوا

۴ـ

$x \geq 0 \longrightarrow \dfrac{2x+1}{-1} = -2x-1$

$-1 \leq x < 0 \longrightarrow \dfrac{2x+1}{-2x-1} = -1$

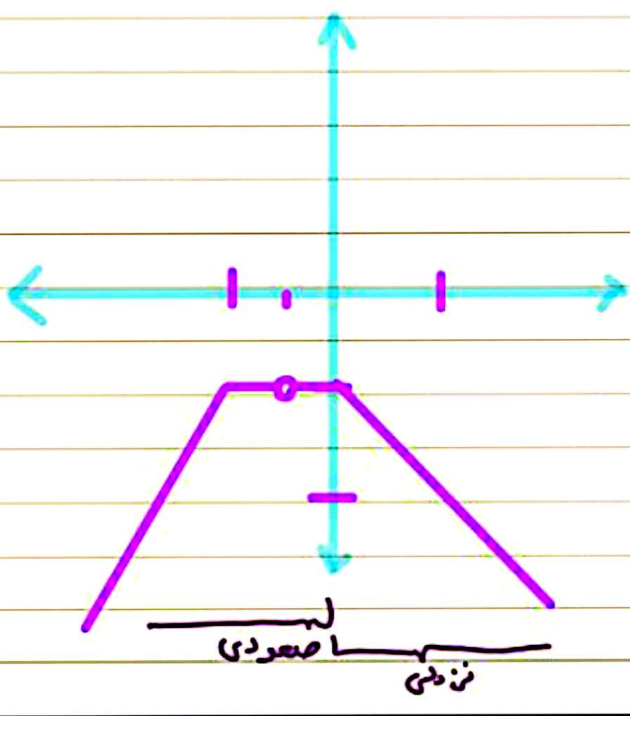
$x < -1 \longrightarrow \dfrac{2x+1}{1} = 2x+1$

$|x| - |x+1| \neq 0 \longrightarrow |x| \neq |x+1|$

$x \neq -\dfrac{1}{2}$

$\longrightarrow a=0$

بزرگترین صحیح



لسا رضا عابدینی

۵-

$$y = \log_{\frac{1}{2}} (m^2-2m-8)$$

$m^2-2m-8>0 \to (m-4)(m+2)>0$

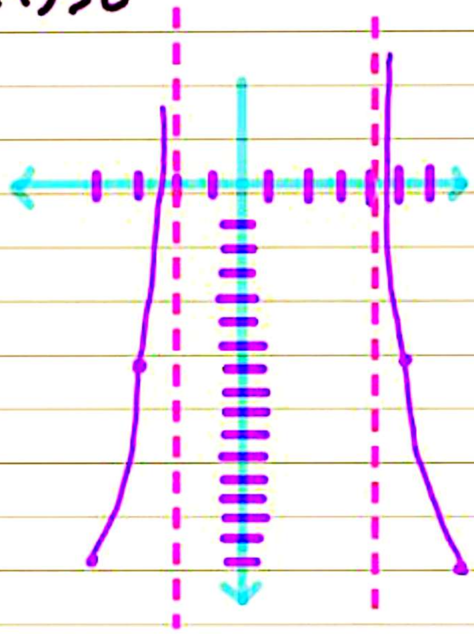
	-2		4	
$+$	0	$-$	0	$+$

نمودار:

$m<-2$: $(-3,7)$ و $(-4,16)$

$m>4$: $(5,7)$ و $(6,16)$

اکیداً صعودی $(-\infty, 2)$



۶-

الف) $a^2-3>1$

$a^2-3-1>0$ $a^2>4$

$a>|2| \to a>2$ و $a<-2$

ب) اگر بخواهیم صعودی اکید نباشد می‌توانیم تابع ثابت داشته باشیم (هم صعودی هم نزولی):

$a^2-3\geq 1$ $a^2\geq 4$ $a\geq 2$ و $a\leq -2$ (I)

$a^2-3=0 \to a^2=3 \to a=\pm\sqrt{3}$ (II)

(I) $\cap$ (II) $\to (-\infty,-2] \cup [2,+\infty) \cup \{\pm\sqrt{3}\}$

سارینا عابدینی

۷-

$y = x^2 \longrightarrow y = (x+2)^2 - 1$

$(0,0) \qquad (-1,2)$

اکیدا صعودی :

$|f(x)| = |(x+2)^2 - 1|$

$(x+2)^2 - 1 = 0 \longrightarrow x+2 = 1 \rightarrow x = -1$

$k = -1$

۸-

$f(f(x)) \leq f(\sqrt{x}) \rightarrow f(x) \leq \sqrt{x}$

$x + \sqrt{x} - 2 \leq \sqrt{x} \longrightarrow x \leq 2$ I

$\sqrt{x} \rightarrow x \geq 0$ II

$\xrightarrow{I \cap II} [0, 2] \longrightarrow \{0, 1, 2\}$

سه عدد صحیح

سارینا عابدینی

۹ـ

$-1 \leq \cos x \leq 1 \rightarrow 0 \leq \cos^2 x \leq 1$

$0 \leq 9\cos^2 x \leq 9 \rightarrow -1 \leq 9\cos^2 x - 1 \leq 8$

$-1 \leq \sqrt[3]{9\cos^2 x - 1} \leq 2$

$-2 \leq \sqrt[3]{1 - 9\cos^2 x} \leq 1$

$\rightarrow 2^{-1} - 2^{1} = \frac{1}{2} - 2 = -\frac{3}{2}$

$\rightarrow 2^{2} - 2^{-2} = 4 - \frac{1}{4} = \frac{15}{4}$

$[a, b] \rightarrow \left[-\frac{3}{2}, \frac{15}{4}\right]$

$b - a = \frac{15}{4} + \frac{6}{4} = \frac{21}{4}$

۱۰ـ آقای x را یک عدد در نظر بگیریم به فرم $x = n + r$:

$x + 2 = n + r + 2 \rightarrow [x + 2] = n + 2$

$f(x) = n + r - (n + 2) = r - 2$

$f(x) \in [-2, -1)$

$f(x) = -2 \rightarrow \frac{2^{-2} - 2^{2}}{2} = -\frac{15}{8}$

$f(x) = -1 \rightarrow \frac{2^{-1} - 2^{1}}{2} = -\frac{3}{4}$

$gof(x) \in \left[-\frac{15}{8}, -\frac{3}{4}\right]$