

$f(x+2) = \begin{cases} 3x+5 & x \geq 1 \\ x-1 & x < 1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 3(t-2)+5 & t \geq 3 \\ t-1 & t < 3 \end{cases}$
 $x = t-2$

این تابع صعودی است

①

$y = \sqrt{f(3-x) - f(x+1)} \rightarrow f(3-x) \geq f(x+1) \rightarrow 3x \leq 2 \rightarrow x \leq 1$
 صعودی

$D_f = (-\infty, 1]$

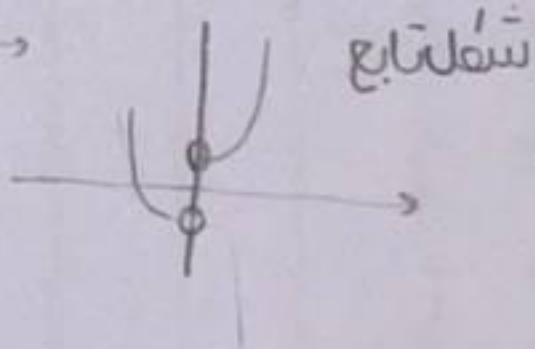
$f(x) = (x^3 + x)^3$ $f \circ f(x) < f(x^3) \rightarrow ((x^3 + x)^9 + (x^3 + x)^3)^3 = f \circ f(x)$

②

$(x^3 + x)^9 + (x^3 + x)^3 < x^9 + x^3$
 $\star z = x^3 + x$
 $\star g(t) = t^9 + t^3$

$z^9 + z^3 < x^9 + x^3 \rightarrow g(z) < g(x) \rightarrow z < x \Rightarrow g(z) < g(x) \Leftrightarrow z < x$
 $\rightarrow x^3 + x < x \rightarrow x^3 < 0 \rightarrow x < 0$

$y = |x| \left(x^2 + \frac{1}{x} \right)$
 $x > 0 \rightarrow x^3 + 1$
 $x < 0 \rightarrow -x^3 - 1$



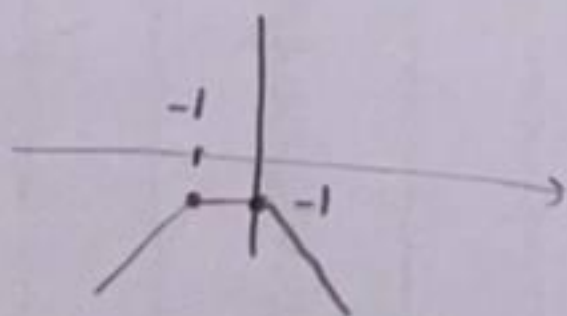
شکل تابع

باتوجه به شکل
می‌توانی باشد

③

$f(x) = \frac{2x+1}{|x|-|x+1|} \times \frac{|x|+|x+1|}{|x|+|x+1|} = \frac{(2x+1)(|x|+|x+1|)}{x^2 - (x+1)^2} = -\frac{(2x+1)(|x|+|x+1|)}{(2x+1)}$

تابع طرانی
برعکس



حداکثر در بازه $[-\infty, 0]$
 صعودی

$\max a = 0$

④

$$y = \log_{\frac{1}{2}} x^2 - 2x - 8 \rightarrow (x - 4)(x + 2) > 0 \rightarrow D = (-\infty, -2) \cup (4, +\infty) \quad (5)$$

از آنجایی که منبای $\log$ ابرین ه و بیای باشد در ازای x های $+ \infty$ نزولی می شود
 پس مارنبال محدود ای هستیم که تابع صعودی باشد

$$\boxed{\text{بازه صعودی} = (-\infty, -2)}$$

$$f(x) = (a^2 - 3)^x \xrightarrow{\text{الف)}} \text{اگر صعودی} \rightarrow a^2 - 3 > 1 \quad a > 2, a < -2 \quad (6)$$

$$\xrightarrow{\text{ب)}} \text{صعودی} \rightarrow a^2 - 3 > 1 \quad a > 2, a < -2$$

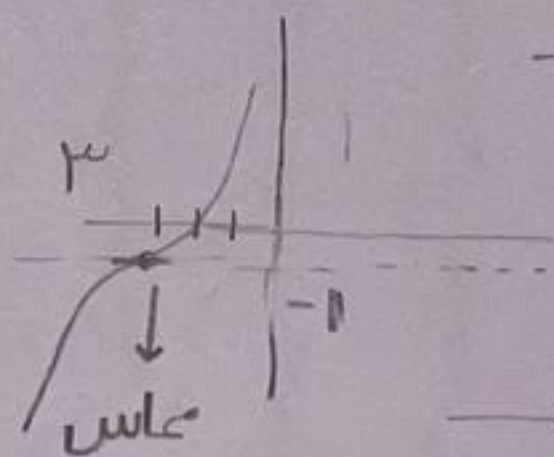
$$\hookrightarrow a^2 - 3 = 0 \rightarrow a = \pm \sqrt{3}$$

$$a \in (-\infty, -2] \cup [2, +\infty) \cup \{\pm \sqrt{3}\}$$

$$f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$$

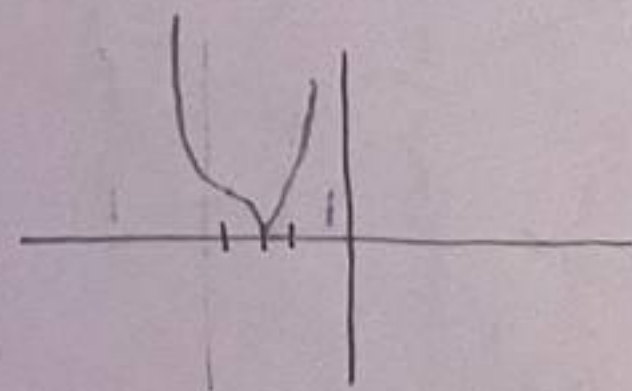
$$\hookrightarrow (-3, -1)$$

بهر طریقی موازات محور x



$$\rightarrow f(x) = (x + 3)^3 - 1 \quad (7)$$

$$\rightarrow |f(x)| = y$$



$$\boxed{\min K = -2} \leftarrow \text{در بازه } (K, +\infty) \text{ صعودی}$$

$f(x) = x + \sqrt{x} - 2 \quad x \geq 0 \quad \star \quad f(x) \geq 0 \rightarrow (\sqrt{x} + 2)(\sqrt{x} - 1) \geq 0 \rightarrow x \in [1, +\infty)$

$f(f(x)) \leq f(\sqrt{x}) \rightarrow f(x) \leq \sqrt{x} \rightarrow x + \sqrt{x} - 2 \leq \sqrt{x}$

چون هر طرف
 معوضی باشد $\rightarrow \boxed{x \leq 2} \quad \star \rightarrow x \in [1, 2] \cup 0 \rightarrow$

مجموعه x ها $\{0\} \cup [1, 2]$

$f(x) = \sqrt[3]{9\cos^2 x - 1} - \sqrt[3]{1 - 9\cos^2 x} \rightarrow f(x) = t - \frac{1}{t}$

$\text{Min: } \cos x = 0 \rightarrow f(x) = 2^{\frac{1}{3}} - 2^{\frac{1}{3}} = \frac{1}{2} - 2 = -\frac{3}{2}$

$\text{Max: } \cos x = 1 \rightarrow f(x) = 2^{\frac{2}{3}} - 2^{\frac{1}{3}} = \frac{4}{2} - \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$

$\rightarrow [a, b] = \left[-\frac{3}{2}, \frac{3}{2}\right] \rightarrow b - a = \frac{3}{2} - \left(-\frac{3}{2}\right) = \frac{3}{1}$

$R_f = D_g \quad f(x) = x - [x] - 2$

$\rightarrow 0 \leq x - [x] < 1 \rightarrow -2 \leq \underbrace{x - [x] - 2}_{f(x)} < -1 \rightarrow R_f = [-2, -1)$

$D_g = [-2, -1) \rightarrow g(-2) = \frac{\frac{1}{2} - 2}{2} - \frac{2^{\frac{1}{2}}}{2} = -\frac{15}{4}$

$\hookrightarrow g(-1) = \frac{2 - 1 - 2}{2} = -\frac{1}{2}$

$R_{g \circ f} = \left[-\frac{15}{4}, -\frac{1}{2}\right)$