۱۹٫۷۵

①

$f(\underbrace{x+2}_{t}) = \begin{cases} 3x+5 & x \geq 1 \\ 4x-1 & x < 1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \cancel{3(t-2)+5} \;\; 3t-1 & t \geq 3 \\ \cancel{4(t-2)-1} \;\; 4t-9 & t < 3 \end{cases} \rightarrow$ این تابع صعودی اکید ه

$x = t-2$

۲

$y = \sqrt{f(3-x)-f(x+1)} \rightarrow \cancel{f}(3-x) \geq \cancel{f}(x+1) \xrightarrow[\text{صعودی}]{} 2x \leq 2 \rightarrow x \leq 1$

$D_f = (-\infty, 1]$ ✓

---

②

$f(x) = (x^3+x)^3 \qquad f\circ f(x) < f(x^3) \rightarrow ((x^3+x)^9 + (x^3+x)^3)^3 = f\circ f$

$\hookrightarrow f(x^3) = (x^9+x^3)^3$

۲

از طرفین رشیه سوم $\rightarrow (x^3+x)^9 + (x^3+x)^3 < x^9 + x^3$

$* \; z = x^3+x$

$* \; g(t) = t^9+t^3$

$z^9 + z^3 < x^9 + x^3 \rightarrow \cancel{g(z) < g(x)} \rightarrow z < x \implies g(z) < g(x) \leftrightarrow z < x$

$\rightarrow x^3+x < x \rightarrow x^3 < 0 \rightarrow x < 0$ ✓

---

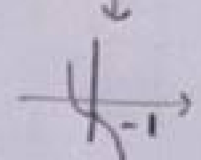
③

۲

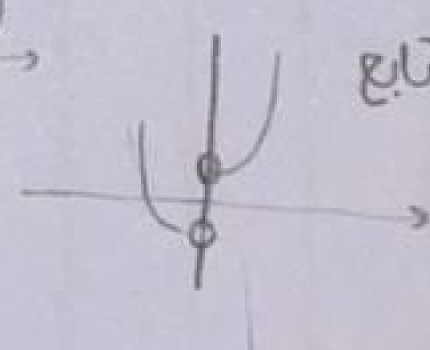
$y = |x|\left(x^2+\frac{1}{x}\right) \xrightarrow{x>0} x^3+1 \rightarrow$

$\hookrightarrow x<0 \;\; -x^3-1$

$\downarrow$



شکل تابع



$\rightarrow$ باتوجه به شکل یکنوانمی باشد ✓

---

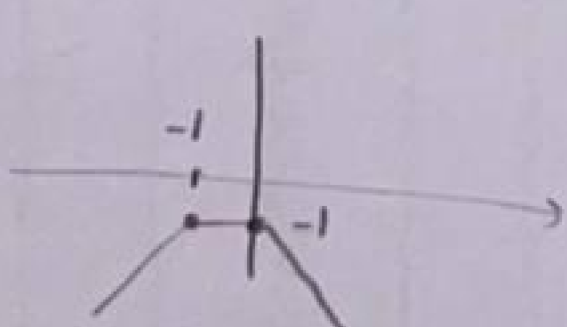
④

$f(x) = \dfrac{2x+1}{|x|-|x+1|} \times \dfrac{|x|+|x+1|}{|x|+|x+1|} = \dfrac{\cancel{(2x+1)}(|x|+|x+1|)}{\cancel{x^2-(x+1)^2}} = -(|x|+|x+1|)$

$\cancel{-(2x+1)} \qquad \downarrow 0 \qquad \downarrow -1$

۲

تابع کلدانی $\xrightarrow{}$ برعکس



$\rightarrow$ حداکثر در بازه ی $(-\infty, 0]$ صعودی

$Max\ a = 0$ ✓

۵

$y=\log_{\frac{1}{2}} x^2-2x-8 \longrightarrow (x-4)(x+2)>0 \to D=(-\infty,-2)\cup(4,+\infty)$

$4 \qquad -2$

۲

→ ازآنجایی که مبنای log بین ۰ و ۱ می باشد در ازای xهای + حتماً نزولی می شود

ولی ما دنبال محدوده ای هستیم که تابع صعودی باشد

$\boxed{\text{بازه مورد نظر} = (-\infty,-2)}$

---

۶ ۲

$f(x)=(a^2-3)^x \xrightarrow{\boxed{\text{الف)}}}$ الزاما صعودی $\to a^2-\cancel{3}>\cancel{1}\ 4$

$a>2$ و $a<-2$

$\boxed{\text{ب)}} \to$ صعودی $\to a^2-\cancel{3}\geq \cancel{1}\ 4 \qquad a\geq 2$ و $a\leq -2$

$\hookrightarrow a^2-3=0 \to a=\pm\sqrt{3}$

$a\in(-\infty,-2]\cup[2,+\infty)\cup\{\pm\sqrt{3}\}$

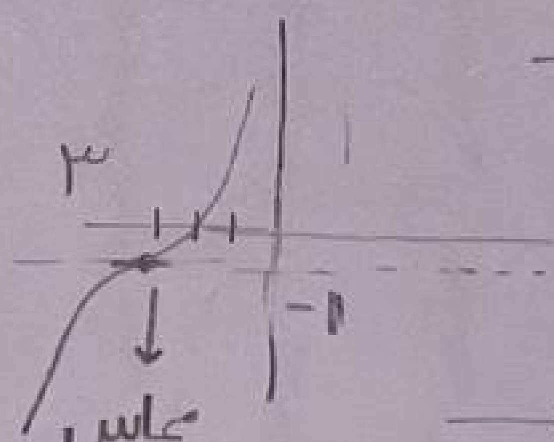
---

۷ ۲

$f(x)=x^3+ax^2+bx+c$

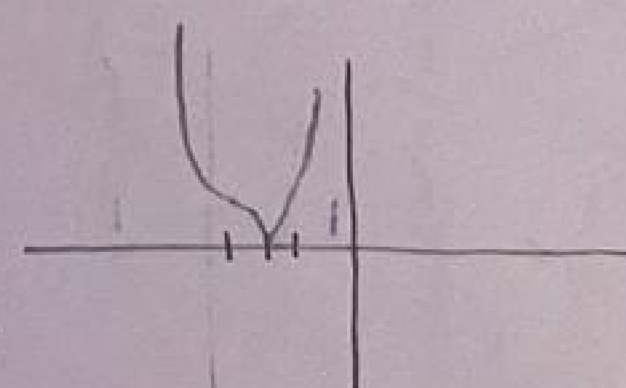
$\hookrightarrow (-3,-1)$

عطف به موازات محور x



$\longrightarrow f(x)=(x+3)^3-1$

$\longrightarrow |f(x)|=y$



$\min K = -2 \leftarrow$ صعودی $(K,+\infty)$ در بازه $\longleftarrow$

۸

$f(x) = \underbrace{x + \sqrt{x} - 2}_{\text{صعودی}} \quad x \geq 0 \; \star \quad و \quad f(x) \geq 0 \rightarrow (\underbrace{\sqrt{x}+2}_{\text{ققع}})(\underbrace{\sqrt{x}-1}_{\geq 1}) \geq 0 \rightarrow x \in [1, +\infty) \; \star$

۱٫۷۵

$\cancel{f}(f(x)) \leq \cancel{f}(\sqrt{x}) \longrightarrow f(x) \leq \sqrt{x} \rightarrow x + \cancel{\sqrt{x}} - 2 \leq \cancel{\sqrt{x}}$

چون هر دو طرف

صعودی باشد

$\rightarrow \boxed{x \leq 2} \; و \; \star \rightarrow$

$x \in [1, 2] \rightarrow$ ۳ عضو صحیح ۲ و ۱ و ۰

۹

۲

$f(x) = \underbrace{2^{\sqrt[3]{9\cos^2 x - 1}}}_{t} - 2^{\sqrt[3]{1 - 9\cos^2 x}} \longrightarrow f(x) = t - \frac{1}{t}$

$\text{Min} : \cos x = 0 \rightarrow f(x) = 2^{-1} - 2 = \frac{1}{2} - 2 = -\frac{3}{2}$

$\text{Max} : \cos x = 1 \rightarrow f(x) = 2^{2} - 2^{-2} = 4 - \frac{1}{4} = \frac{15}{4}$

$\rightarrow [a, b] = [-\frac{3}{2}, \frac{15}{4}] \rightarrow b - a = \frac{15}{4} - (-\frac{6}{4}) = \frac{21}{4}$

۱۰

۲

$R_f = D_g \quad . \quad f(x) = x - [x] - 2$

$\rightarrow 0 \leq x - [x] < 1 \rightarrow -2 \leq \underbrace{x - [x] - 2}_{f(x)} < -1 \rightarrow R_f = [-2, -1)$

$D_g = [-2, -1) \rightarrow g(-2) = \frac{\overset{\frac{1}{4}}{2^{-2}} - \overset{4}{2^{2}}}{2} = -\frac{15}{8}$

$\quad \llcorner g(-1) = \frac{2^{-1} - 2}{2} = -\frac{3}{4}$

$R_{gof} = [-\frac{15}{8}, -\frac{3}{4})$