نام و نام خانوادگی: سپیده ثنایی حاجیا — پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ۸ — کلاس: دوازدهم دختر - جهرم

۱

$f(x)=\sqrt{\log_2^{x-1}}$, $g(x)=\sqrt{-x^2+4x-4}$ $\quad D_{gof}=?\ \{17\}$

$D_{gof}=\{x \mid x\in D_f ,\ f(x)\in D_g\}$

$\left.\begin{array}{l} D_f = x-1>0 \to x>1 \\ \log_2^{x-1}\geq 0 \quad x-1\geq 1 \quad \underline{x\geq 2}\end{array}\right\}[2,+\infty)$

$D_g = -x^2+4x-4\geq 0 \quad x^2-4x+4\leq 0$

$(x-2)^2\leq 0 \Rightarrow x=2 \Rightarrow \sqrt{\log_2^{x-1}}=2 \Rightarrow x=17$

۲

$f(x)=2x-5 \quad g(x)=x^2-3x+8$

$fog(x)=2\times(x^2-3x+8)-5=2x^2-6x+11$

$gof(x)=(2x-5)^2-3(2x-5)+8=4x^2-20x+25-6x+15+8=4x^2-26x+48$

$fog(x)=gof(x) \Rightarrow 2x^2-6x+11=4x^2-26x+48 \Rightarrow 2x^2-20x+37=0$

$\alpha^2+\beta^2=S^2-2P=100-2\times\frac{37}{2}=100-37=63$

$S=10 \quad P=\frac{37}{2}$

۳

$gof(x)=5x^2+11 \quad f(x)=2x \qquad g(2x)=5x^2+11 \quad 2x=t \Rightarrow x=\frac{t}{2} \Rightarrow$

$g(t)=5\times\frac{t^2}{4}+11 \Rightarrow g(x)=\frac{5}{4}x^2+11$

$g(x-7)=\frac{5}{4}(x-7)^2+11=\frac{5}{4}(x^2-14x+49)+11=\frac{5}{4}x^2-\frac{35}{2}x+\frac{245}{4}+11$

$x_s=\frac{-b}{2a}=\frac{\frac{35}{2}}{\frac{5}{2}}=7 \quad y_s=\frac{5}{4}\times 49-\frac{35}{2}\times 7+\frac{245}{4}+11=\underbrace{\frac{245}{4}-\frac{245}{2}+\frac{245}{4}}_{0}+11$

$\Rightarrow y_s=\underline{\underline{11}}$

۴

$f(x)=3x-4 \quad fog(x)=3x^2-6x-1$

$3g(x)-4=3x^2-6x-1 \Rightarrow 3g(x)=3x^2-6x+3 \Rightarrow g(x)=x^2-2x+1$

$gof(x)=(3x-4)^2-2(3x-4)+1=9x^2+16-24x-6x+8+1$

$gof(x)=9x^2-30x+25$

۵

f-g و fog هر دو خطی هستند پس f و g دو تابع خطی هستند.

$f-g(x)=-x+5$ (1)

$f(x)=ax+b \quad g(x)=cx+d$

$2(cx+d)=3(ax+b)-14$ (2)

$2cx+2d=3ax+3b-14$

$fog(x)=2(3x-1)+4=6x+2$

$6x+2=0 \Rightarrow x=\frac{-1}{3}=a$

(1) $\begin{cases} a-c=-1 \\ b-d=5 \end{cases}$ (2) $\begin{cases} 2c=3a \Rightarrow c=1.5a \\ 2d=3b-14 \Rightarrow d=1.5b-7 \end{cases}$

$a-1.5a=-1 \Rightarrow a=2,\ c=3$

$b-1.5b+7=5 \Rightarrow b=4,\ d=-1$

$f(x)=2x+4$

$g(x)=3x-1$

$f(x)=9^x \quad g(x)=\log_3^x$ ۶

$fog(x)=9^{\log_3^x}=x^{\log_3^9}=x^2$

$gof(x)=\log_3^{9^x}=x\log_3^9=2x$

$fog(x)\leq gof(x) \quad x^2\leq 2x \Rightarrow x^2-2x\leq 0 \quad x(x-2)\leq 0 \quad \begin{array}{c} 0 \quad 2 \\ \hline + \mid - \mid + \end{array} \Rightarrow [0,2]$

اعداد صحیح ۰ و ۱ و ۲ می‌شوند که البته با توجه به دامنه $\log_3^x$ عدد صفر غیر قابل قبول است.

$x=1, 2$ (۲ عدد)

$f\left(x-\frac{2}{x}\right)=x^2+x-4-\frac{2}{x}+\frac{4}{x^2}$ ۷

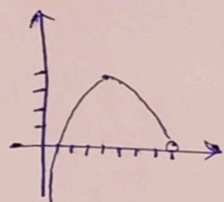
$x-\frac{2}{x}=t \rightarrow t^2=x^2+\frac{4}{x^2}-4$

$f(t)=t^2+t \Rightarrow f(x)=x^2+x$

$f(x)=\log_2^x \quad g(x)=8x-x^2 \quad fog \quad D_{fog}=\{x \mid x\in D_g, g(x)\in D_f\} \quad D_f=(0,+\infty)$ ۸

$D_g=R, \quad 8x-x^2>0 \quad x(8-x)>0 \quad \begin{array}{c} 0 \quad 8 \\ \hline - \mid + \mid - \end{array} \Rightarrow D_{fog}=(0,8)$

$fog(x)=\log_2^{8x-x^2} \quad x\in(0,8)$



$R_{fog}=(-\infty,4]$

۴ عدد صحیح

$D\cap R=(0,4]=$ ۱و۲و۳و۴

$f(f(x))=1-3f^2(x) \Rightarrow f(x)=1-3x^2 \quad g(x)=x-1 \quad h(x)=x^3+2x+1$ ۹

$h(g(x))=(x-1)^3+2(x-1)+1=x^3-3x^2+5x-2$

$h(g(x))=f(x) \Rightarrow x^3-3x^2+5x-2=1-3x^2 \Rightarrow x^3+5x-3=y$

$y'=3x^2+5$

مشتق تابع همواره مثبت است و ریشه‌ای ندارد

در نتیجه تابع اصلی فقط یک جواب دارد.

$f(x)=x-\frac{4}{x} \quad gof(x)=ax^3+2x \quad g(3)=8 \quad a=?$ ۱۰

$f(x)=3 \Rightarrow x-\frac{4}{x}=3 \Rightarrow x=-1$

$g(\underbrace{f(-1)}_{3})=8 \Rightarrow gof(-1)=-a-2=8 \Rightarrow a=-10$