تکلیف ۸ — دوازدهم دهم A — ۱۹ — مکین ثبوتی

---

۱-

$f(x) = \sqrt{\log_2^{x-1}}$ $\quad g(x) = \sqrt{-(x^2-4x+4)} = \sqrt{-(x-2)^2}$

زیر رادیکال نامنفی: $-(x-2)^2 \geq 0$, $x=2$

$D_{gof} = x \in D_f \ , \ f(x) \in D_g$

$x-1>0$, $x>1$

$\log_2^{x-1} \geq 0$, $x-1 \geq 1$, $x \geq 2$, $[2, +\infty)$

$\log_2^{x-1} = 4 \to x-1 = 16$, $x = 17$

$\to D_{gof} = \{17\}$

۲

---

۲-

$f(x) = 2x-5$

$g(x) = x^2-3x+8$

$fog(x) = gof(x)$

$\to f(g(x)) = g(f(x)) \to (2x-5)^2 - 3(2x-5) + 8 = 2(x^2-3x+8)-5$

$4x^2 - 20x + 25 - \cancel{6x} + 23 = 2x^2 - \cancel{6x} + 11$

$2x^2 - 20x + 37 = 0$

۲

$\alpha^2 + \beta^2 = S^2 - 2P = 100 - (2 \times \frac{37}{2}) = 63$

$S = \frac{-b}{a} = \frac{20}{2} = 10$

$P = \frac{37}{2}$

---

۳-

$g \circ f(x) = 5x^2+11$ $\quad f(x) = 2x$

$g(f(x)) = 5x^2+11$

$2x = t$, $x = \frac{t}{2}$

$g(2x) = 5x^2+11$

$g f(x) = 5(\frac{t}{2})^2 + 11 = \frac{5t^2}{4} + 11$

$\to g(x) = \frac{5}{4}x^2 + 11$

$g(x-7) = \frac{5}{4}(x-7)^2 + 11 \to$ رأس $= (7, 11)$

$A(x-x_s)^2 + g_s$ $\quad \to Min = 11$

۲

---

۴-

$fog(x) = 3x^2-6x-1$ $\quad f(x) = 3x-4$

$\to fog(x) = 3g - 4 = 3x^2 - 6x - 1$

$3g(x) = 3x^2 - 6x + 3 \to g(x) = x^2 - 2x + 1$

۲

$g(f(x)) = (3x-4)^2 - 2(3x-4) + 1 = 9x^2 - 24x - 6x + 16 + 8 + 1$

$9x^2 - 30x + 25$

$fog \to (a,۰)\ (۰,۲) \to f(g(x)) = ۲(۳x-۱)+۴$ — ۵

$= ۶x+۲=۰$

$۶x=-۲$

$x=-\frac{۱}{۳} \to a=-\frac{۱}{۳}$

$f \circ g \to (۰,۵)\ (۵,۰) \to -x+۵$

$۲x+۴ - g(x) = -x+۵$

$۳x-۱ = g(x)$

$۲g(x) = ۳f(x) - ۱۴$

$۲g(x) - ۳f(x) = -۱۴$

$۲g(x) - ۲f(x) - f(x) = -۱۴$

$\underbrace{\qquad}_{-۲(-x+۵)}$

$۲x-۱۰$

$۲x+۴ = f(x) \qquad g(x) = ۳x-۱$

۲

— ۶

$g(x) = \log_۳ x \qquad f(x) = ۹^x$

$x>۰$

$fog(x) \leq gof(x)$

$f(g(x)) \leq g f(x)$

$۹^{\log_۳ x} \leq \log_۳ ۹^x$

$\cancel{x} \log_۳ ۹$

$x \quad ۲$

$\to x^۲ \leq ۲x$

$x^۲ - ۲x \leq ۰$

$x(x-۲) \leq ۰$

$x \in [۰,۲] \xrightarrow{x\in Z}$ ۲ عضو ۱, ۲

۲

$f(x-\frac{۲}{x}) = x^۲ + ۴x - ۴ - \frac{۴}{x} + \frac{۴}{x^۲} = (x-\frac{۲}{x})^۲ + ۲(x-\frac{۲}{x})$

$\to x - \frac{۲}{x} = t$

$(x-\frac{۲}{x})^۲ = x^۲ + \frac{۴}{x^۲} - ۴$

$f(t) = t^۲ + t$

$f(x) = x^۲ + x$

۲

— ۸

$f(x) = \log_۲ x \qquad A : D_{fog(x)} \to x \in D_g ,\ g(x) \in D_f$

$g(x) = ۸x - x^۲ \qquad R \qquad x>۰$

$-x^۲+۸x>۰$

$x(۸-x)>۰$

$Max_x = \frac{-b}{۲a} = \frac{-۸}{-۲} = ۴ \qquad R_{fog} : R_f \mid x \in D_g$

$(-\infty,۰] \cup [۰,+\infty)$

$y = ۸(۴) - ۱۶ = ۱۶$

$\to A \cap B = (۰,۸)$

۷ عدد صحیح

۱

$R_{fog} = (-\infty, ۴]$

$A \cap B = (۰,۴] \to$ ۴ عدد صحیح

-۹

$f \circ f(x) = 1 - 3f^2(x) \rightarrow f(f(x)) = 1 - 3f^2(x)$

$f(x) = 1 - 3x^2$

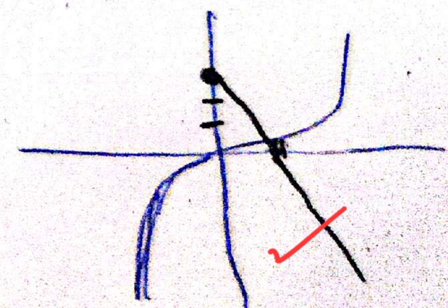
$g(x) = x - 1$

$h(g(x)) = f(x)$

$(x-1)^3 + 2(x-1) + 1 = 1 - 3x^2$

$x^3 - 1 + 3x - \cancel{3x^2} + 2x - 2 + \cancel{1} = \cancel{1} - \cancel{3x^2}$

$x^3 + 5x - 3 = 0 \xrightarrow{\text{رسم تقاطع}} x^3 = 3 - 5x$




۲

- ۱۵

$f(x) = x - \frac{۴}{x}$ $\quad g \circ f(x) = ax^{۳} + ۲x$ $\quad g(۳) = ۸$

$g\left(x - \frac{۴}{x}\right) = ax^{۳} + ۲x$

$x - \frac{۴}{x} = ۳ \longrightarrow x^{۲} - ۳x - ۴ = ۰ \longrightarrow (x - ۴)(x + ۱) = ۰$

$x - ۴ = ۰$, $x = ۴$ $\qquad$ $x + ۱ = ۰$, $x = -۱$

$۶۴a + ۸ = ۸$, $a = ۰$ $\qquad$ $-a - ۲ = ۸$, $\boxed{-۱۰ = a}$

غق

غ ق ق چون درجه ۳ نمی‌شود اگر ۰ باشد.

۲