الیسا خان محمدی

۲۰

① $D_{gof} = \{x \in D_f \ , \ f(x) \in D_g\}$

① $f(x) = \sqrt{\log_2^{x-1}}$ $\quad D_f = \quad x-1>0 \quad x>1 \quad \log_2^{x-1} \geq 0$

$x-1 \geq 1 \quad \boxed{x \geq 2}$

② $g(x) = \sqrt{-(x-2)^2} \rightarrow D_g = \sqrt{\log_2^{x-1}} = 2$

$x=2 \quad \log_2^{x-1} = 4 \quad x-1 = 16 \quad \boxed{x=17}$

$D_{gof} = \{17\}$

۲

② $fog(x) = gof(x)$

$2(x^2-3x+8)-5 = (2x-5)^2 - 3(2x-5) + 8 \rightarrow 4x^2+25-20x-6x+15+8$

$2x^2-6x+11 = 4x^2-26x+48 \Longrightarrow 2x^2-20x+37 \qquad S=\frac{20}{2}=10 \quad P=\frac{37}{2}$

$\alpha^2+\beta^2 = S^2-2P = 100-37 = 63$

۲

③ $g(f(x)) = 5x^2+11 \qquad f(x)=2x \qquad g(2x) = 5x^2+11$

$2x=t \qquad x=\frac{t}{2}$

$g(t) = 5\left(\frac{t}{2}\right)^2+11$

$g(t) = \frac{5t^2}{4}+11 \longrightarrow g(x-7) = \frac{5(x-7)^2}{4}+11 \quad \min: x=7$

$g(x-7)=11$

۲

④ $f(g(x)) = 3x^2-6x-1$

$3g(x)-4 = 3x^2-6x-1 \quad g(x) = \frac{3x^2-6x+3}{3}$

$g(x) = x^2-2x+1 \quad (x-1)^2$

$g(f(x)) = (3x-4-1)^2 = (3x-5)^2 = 9x^2-30x+25$

۲

۵

$$\begin{cases} f(x) - g(x) = -x + 5 \quad \times 2 \\ 2g(x) = 3f(x) - 14 \end{cases}$$

$2f(x) - 2g(x) = -2x + 10$

$2g(x) - 3f(x) = -14$

$f(x) = 2x + 4 \longrightarrow g(x) = 3x - 1$

$fog(x) = f(g(x)) = 2(3x-1) + 4 = 6x + 2$

$fog(x) = -\frac{2}{a}x + 2 = 6x + 2 \quad \boxed{a = -\frac{1}{3}}$

۲

۶

$f(x) = 9^x \qquad fog(x) < gof(x)$

$g(x) = \log_3 x \qquad 9^{\log_3 x} < \log_3 9^x$

$x^2 \leftarrow x \qquad x \log_3 9 = 2x$

$x^2 < 2x \qquad x^2 - 2x < 0 \qquad \boxed{0 < x < 2}$

اما شرط دامنه داریم $Df = \mathbb{R}$ اما $Dg = x > 0$ پس $\leftarrow x \in (0, 2]$

۲ عدد صحیح ۱ و ۲

۲

۷

$f\left(\frac{x^2-2}{x}\right) = \underbrace{x^2 - 4 + \frac{4}{x^2}}_{x^2} + \underbrace{x - \frac{2}{x}}_{x} \qquad f(x) = x^2 + x$

$x - \frac{2}{x}$

$x - \frac{2}{x} = t \longrightarrow t^2 = x^2 - 4 + \frac{4}{x^2}$

۲

۸

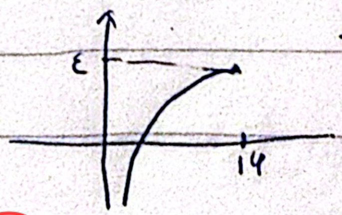
$f(x) = \log_2 x \qquad A = \{x \in Dg \ , \ g(x) \in Df\}$

$g(x) = -x^2 + 8x \qquad Dg = \mathbb{R} \ , \ Df = x > 0 \longrightarrow -x^2 + 8x > 0$

$B = \log_2^{-x^2+8x}$

$0 < x < 8$

$A \cap B = (0, 4]$



$B = (-\infty, 4]$

۱، ۲، ۳، ۴

۴ عضو

۲

← با طول خاصیه تمرکز دادیم

برای محدوده ص ۲

s.a.m

⑨

$\underbrace{f(f(x))}_{t} = 1 - ۳\underbrace{f^{۲}(x)}_{t^{۲}} \qquad f(x) = 1 - ۳x^{۲}$

$(x-1)^{۳} + ۲(x-1) + 1 = 1 - ۳x^{۲} \nearrow \quad ۴x^{۳} + ۵x - ۳ = 0$

$x^{۳} + ۳x - \cancel{۳x^{۲}} + ۲x + \cancel{1} - ۳ = \cancel{1} - \cancel{۳x^{۲}}$

$b^{۳} - ۳ab = 0 - ۳(1)(۵)$

یک ریشه دارد $\xleftarrow{}$ یکنواست $\xleftarrow{\text{پس}}$ $-۱۵ < 0$

۲

⑩

$f(x) = x - \frac{۴}{x} \qquad g(f(x)) = ax^{۳} + ۲x \qquad g(۳) = ۸$

$ax^{۳} + ۲x = g(۳) = ۸ \qquad ۳ = x - \frac{۴}{x}$

$x^{۲} - ۳x - ۴ = 0 \quad (x-۴)(x+1) = 0 \to x = -1, \; x = ۴$

$a(-1)^{۳} - ۲ = ۸$

$-a = ۱۰ \longrightarrow a = -۱۰$

$a(۴)^{۳} + ۸ = ۸ \longrightarrow a = 0$

۲