نام و نام خانوادگی ......آتنا بهرامی...... ۲۰ پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ...۵... کلاس ...دوازدهم تجربی A......

۱

$D_{gof}=\{x \mid x\in D_f \,,\, f(x)\in D_g\}$

$f(x)=\sqrt{\log_2^{x-1}}$ $\qquad g(x)=\sqrt{-x^2+4x-4}$

$x-1>0 \to x>1$ $\qquad -x^2+4x-4\geq 0$

$x^2-4x+4\leq 0$

$\log_2^{x-1}\geq 0 \to x-1\geq 1 \to x\geq 2$ $\qquad (x-2)^2\leq 0$

$D_f=[2,+\infty)$ $\qquad D_g=\{2\}$

$$\left.\begin{array}{l} x\in D_f \to x\geq 2 \\ f(x)\in D_g \to x=17 \end{array}\right\} \xrightarrow{\cap} D_{gof}=\{17\}$$

$\sqrt{\log_2^{x-1}}=2 \to \log_2^{x-1}=4$

$x-1=16 \qquad x=17$

۲

۲

$f(x)=2x-5 \qquad g(x)=x^2-3x+8$

$f(g(x))=2(x^2-3x+8)-5=2x^2-6x+11$

$g(f(x))=(2x-5)^2-3(2x-5)+8=4x^2-26x+48$

۲

$f(g(x))=g(f(x)) \longrightarrow 2x^2-6x+11=4x^2-26x+48 \to 2x^2-20x+37=0 \begin{cases} S=10 \\ P=\frac{37}{2} \end{cases}$

$\alpha^2+\beta^2=S^2-2P=100-37=63$

۳

$g(f(x))=5x^2+11 \xrightarrow{f(x)=2x} g(2x)=5x^2+11 \longrightarrow g(x)=5\left(\frac{x}{2}\right)^2+11$

$g(7-x)=5\left(\frac{7-x}{2}\right)^2+11$

چون $5\left(\frac{7-x}{2}\right)^2\geq 0$ بنابراین:

$g(7-x)=5\left(\frac{7-x}{2}\right)^2+11\geq 11$ ۲

$\min(g(7-x))=11$

۴

$f(x)=3x-4 \qquad f(g(x))=3x^2-6x-1 \qquad g(f(x))=?$

$f(g(x))=3g(x)-4=3x^2-6x-1 \longrightarrow g(x)=x^2-2x+1$

$g(f(x))=(3x-4)^2-2(3x-4)+1=9x^2-24x+16-6x+8+1$

$=\boxed{9x^2-30x+25}$ ۲

۵

طبق صورت $=\begin{cases} f(x)-g(x)=-x+5 \\ f(g(x))=\frac{2}{-a}x+2 \end{cases}$ $\qquad 2g(x)=3f(x)-14 \longrightarrow$ $\begin{cases} 3f(x)-2g(x)=14 \\ \xrightarrow{\times -3} f(x)-g(x)=-x+5 \end{cases}$

$f(g(x))=2(3x-1)+4=6x-2+4=6x+2$

$\begin{cases} 3f(x)-2g(x)=14 \\ -3f(x)+3g(x)=3x-15 \end{cases}$

۲

$g(x)=3x-1$

$f(x)=2x+4$

$6x+\cancel{2}=\frac{2}{-a}x+\cancel{2} \qquad \frac{\cancel{2}}{-a}=\cancel{6}^{\,3} \rightsquigarrow a=\frac{-1}{3}$

۶

$f(x)=9^x \quad g(x)=\log_3^x \rightsquigarrow D_g = x>0 \quad D_f=\mathbb{R}$

$f(g(x)) = 9^{\log_3^x} = x^{\log_3^9} = x^2 \xrightarrow{\text{شرط دامنه}} x>0$

$g(f(x)) = \log_3^{9^x} = \log_3^{3^{2x}} = 2x \xrightarrow{\text{شرط دامنه}} \mathbb{R}$

$\xrightarrow{\cap} x>0 \quad (\mathrm{I})$ ۲

$fog(x) \leq gof(x) \to x^2 \leq 2x \to x^2-2x \leq 0 \to x(x-2)\leq 0$

$0 \quad 2$

$+ \quad - \quad +$

$[0,2]\ (\mathrm{II})$

$\mathrm{I},\mathrm{II} \rightsquigarrow (0,2] \to$ شامل دو عدد صحیح است

۷

$f\left(\frac{x^2-2}{x}\right) = x^2+x-4-\frac{2}{x}+\frac{4}{x^2} \to f\left(x-\frac{2}{x}\right) = \underbrace{x^2-4+\frac{4}{x^2}}_{\left(x-\frac{2}{x}\right)^2} + \left(x-\frac{2}{x}\right)$

$f\left(x-\frac{2}{x}\right) = \left(x-\frac{2}{x}\right)^2 + \left(x-\frac{2}{x}\right)$ ۲

$\Rightarrow f(x)=x^2+x$

۸

$f(x)=\log_2^x \quad g(x)=-x^2+8x \rightsquigarrow D_f=(0,+\infty) \quad D_g=\mathbb{R}$

$A = D_{fog} = \{x \mid x\in D_g,\ g(x)\in D_f\}$

$x\in\mathbb{R}\ \mathrm{I}$

$g(x)\in(0,+\infty) \to -x^2+8x>0$

$0 \quad 8$

$- \quad + \quad -$

$x\in(0,8)\ \mathrm{II}$

$D_{fog} = \mathrm{I}\cap\mathrm{II} = (0,8) = A$

$fog = \log_2^{-x^2+8x} \qquad -x^2+8x \to ext\Big|^{4}_{16} \rightsquigarrow R_{fog} = (-\infty,4] = B$ ۲

$A\cap B = (0,4] \to$ شامل چهار عدد صحیح

۹

$f(f(x)) = 1-3f^2(x) \to f(x) = 1-3x^2 \qquad g(x)=x-1 \qquad h(x)=x^3+2x+1$

$h(g(x)) = f(x) \to (x-1)^3+2(x-1)+1 = 1-3x^2$

$x^3-\cancel{3x^2}+3x-\cancel{1}+2x-2+\cancel{1} = 1-\cancel{3x^2} \to x^3+5x-3=0$

دارای یک ریشه ۲

۱۰

$f(x)=x-\frac{4}{x} \qquad g(f(x)) = ax^3+2x \qquad g(3)=8$

$f(x)=3 \to x-\frac{4}{x}=3 \xrightarrow{\times x} x^2-3x-4=0 \to x=-1$ یا 4

$g(f(4))=8 \to 64a+8=8 \to 64a=0 \to a=0$ ۲

$g(f(-1))=8 \to -a-2=8 \to a=-10$