نام و نام خانوادگی ....فاطمه امینی زاده.... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ...۸... کلاس ...یازدهم تجربی ۸...

۱

$D_{g\circ f} = \{x\in D_f : f(x)\in D_g\}$ ؛ $f(x)$ دامنه: $x-1>0 \to x>1$, $\log_2^{x-1} \geq 0 \to x\geq 2$

$D_f: [2,+\infty)$ و $g(x)$ دامنه: $-x^2+4x-4 \geq 0 \to -(x-2)^2\geq 0$ $\quad \frac{2}{-\ \ 0\ \ -}$ $\quad D_g=\{2\}$

$f(x)=2 \to \log_2^{x-1}=2 \to x-1=4 \to x=5 \Rightarrow D_{g\circ f}=\{5\}$

۲

$f\circ g(x)=g\circ f(x) \to 2(x^2-4x+8)-5=(2x-5)^2-4(2x-5)+8 \to$

$2x^2-\cancel{8x}+11=4x^2+25-20x-\cancel{8x}+20+8 \to 2x^2-20x+37=0 \xrightarrow{x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}}$

$x=\frac{20\pm 2\sqrt{26}}{4} \to \left(5+\frac{\sqrt{26}}{2}\right)^2+\left(5-\frac{\sqrt{26}}{2}\right)^2=25+\frac{26}{4}+5\sqrt{26}+25+\frac{26}{4}-5\sqrt{26}=\boxed{63}$

۳

$g(f(x))=g(2x)=5x^2+11 \to g(t)=5\left(\frac{t}{2}\right)^2+11 \to g(t)=\frac{5t^2}{4}+11$

$\to g(x-7)=\frac{5(x-7)^2}{4}+11 \xrightarrow{\min g(x-7):\ x=7} g(x-7)=g(0)=11$

۴

$f\circ g(x)=3x^2-6x-1 \to f(g(x))=3x^2-6x-1 \to 3(g(x))-4=3x^2-6x-1 \to$

$g(x)=x^2-2x+1=(x-1)^2$

$g\circ f(x)=(3x-4-1)^2=(3x-5)^2=\boxed{9x^2+25-30x}$

۵

$f(x)=g(x)-x+5$

$f-g(x)=-x+5$, $2g(x)=3f(x)-14 \to 2g(x)=3g(x)-3x+\underbrace{\cancel{15}-14}_{1} \to$

$g(x)=3x-1 \to f(x)=2x+4 \Rightarrow f\circ g(x)=6x+2 \xrightarrow{\text{طول از مبدا}}$

$6x+2=0 \to 6x=-2 \to x=\frac{-2}{6}=\boxed{\frac{-1}{3}=a}$

$fog(x) \leq gof(x) \rightarrow 9^{\log_3^x} \leq \log_3^{9^x} \rightarrow x^2 \leq 2x \rightarrow x^2-2x \leq 0 \rightarrow$ $x(x-2) \leq 0 \quad \begin{array}{ccccc} & 0 & & 2 & \\ + & & - & & + \end{array} \rightarrow [0,2]$ تعداد اعضای صحیح = ۳	۶
$f\left(\frac{x^2-2}{x}\right) = f\left(x-\frac{2}{x}\right) = x-\frac{2}{x} + \underbrace{x^2+\frac{4}{x^2}-4}_{\left(x-\frac{2}{x}\right)^2} \rightarrow f(t) = t+t^2 \rightarrow$ $\boxed{f(x) = x^2+x}$	۷
$fog(x) = \log_2^{8x-x^2} \quad 8x-x^2>0 \rightarrow x(8-x)>0 \quad \begin{array}{ccccc} & 0 & & 8 & \\ - & & + & & - \end{array} \quad D_{fog} = (0,8)$ عبارت درجه ۲: $8x-x^2 \rightarrow x_s = -\frac{b}{2a} = \frac{-8}{-2} = 4 \rightarrow y_s = 16 \rightarrow R = (-\infty, 16] \rightarrow$ $R: (0,16) \rightarrow$ به دامنه ی $(0,8)$ $\rightarrow R_{fog} = \log_2^{8x-x^2} < 4 \rightarrow (-\infty, 4)$ اشتراک ایجاد کرد: $(0,4) = A \cap B \rightarrow$ دارای ۳ عضو صحیح	۸
$f(f(x)) = 1-3f^2(x) \rightarrow f(t) = 1-3t^2 \rightarrow$ $(x-1)^3+2(x-1)+1 = 1-3x^2 \rightarrow x^3-1-\cancel{3x^2}+3x+2x-2+\cancel{1} = \cancel{1}-\cancel{3x^2} \rightarrow$ $x^3+5x-3=0 \xrightarrow{\text{مشتق‌گیری}} 3x^2+5$ باتوجه به اینکه مشتق این عبارت ریشه ندارد و تابع همواره صعودی است پس فقط یک نقطه برخورد با محور xها و یک ریشه دارد ...	۹
$gof(x) = g(f(x)) = ax^3+3x \,,\; g(3) = 8 \Rightarrow f(x) = 3 \rightarrow x-\frac{4}{x} = 3 \rightarrow$ $t^2-3t-4=0 \rightarrow (t-4)(t+1)=0 \rightarrow t=4$ یا $-1 = x \rightarrow$ در هر دو صورت $f(4) = f(-1) = 3$ $g(3) = 27a+6 = 8 \rightarrow 27a = 2 \rightarrow \boxed{a = \frac{2}{27}}$	۱۰