نام و نام خانوادگی ...فاطمه امین زاده... ۱۸ پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ...۸... کلاس یازدهم ریاضی...

۱

$D_{gof} = \{x \in D_f : f(x) \in D_g\}$: $f(x)$ دامنه: $x-1>0 \to x>1$, $\log_2^{x-1} \geq 0 \to x \geq 2$ ۱,۵

$D_f : [2,+\infty)$ و $g(x)$ دامنه: $-x^2+4x-4 \geq 0 \to -(x-2)^2 \geq 0$ $D_g=\{2\}$

$f(x)=2 \to \log_2^{x-1}=2 \to x-1=4 \to x=5 \Rightarrow D_{gof}=\{5\}$ $\{17\}$

۲

$fog(x)=gof(x) \to 2(x^2-4x+8)-5=(2x-5)^2-4(2x-5)+8 \to$

$2x^2-\cancel{8x}+11=4x^2+25-20x-\cancel{8x}+20+8 \xrightarrow{x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}} 2x^2-20x+37=0$ ۲

$x=\frac{20\pm2\sqrt{26}}{4} \to \left(5+\frac{\sqrt{26}}{2}\right)^2+\left(5-\frac{\sqrt{26}}{2}\right)^2=25+\frac{26}{4}+5\sqrt{26}+25+\frac{26}{4}-5\sqrt{26}=\boxed{63}$

۳

$g(f(x))=g(2x)=5x^2+11 \to g(t)=5\left(\frac{t}{2}\right)^2+11 \to g(t)=\frac{5t^2}{4}+11$

$\to g(x-7)=\frac{5(x-7)^2}{4}+11 \xrightarrow{\min g(x-7): x=7} g(x-7)=g(0)=\boxed{11}$ ۲

۴

$fog(x)=3x^2-6x-1 \to f(g(x))=3x^2-6x-1 \to 3(g(x))-4=3x^2-6x-1 \to$

$g(x)=x^2-2x+1=(x-1)^2$

$gof(x)=(3x-4-1)^2=(3x-5)^2=\boxed{9x^2+25-30x}$ ۲

۵

$f(x)=g(x)-x+5$

$f-g(x)=-x+5$, $2g(x)=3f(x)-14 \to 2g(x)=3g(x)-3x+\cancel{15-14} \to$ $1+$

$g(x)=3x-1 \to f(x)=2x+4 \Rightarrow fog(x)=6x+2 \xrightarrow{\text{طول از مبدا}}$

$6x+2=0 \to 6x=-2 \to x=\frac{-2}{6}=\boxed{\frac{-1}{3}=a}$ ۲

۶

$fog(x) \leq gof(x) \rightarrow 9^{\log_3^x} \leq \log_3^{9^x} \rightarrow x^2 \leq 2x \rightarrow x^2 - 2x \leq 0 \rightarrow$

$x(x-2) \leq 0 \quad \begin{array}{c} 0 \quad 2 \\ \hline + \mid - \mid + \end{array} \rightarrow [0, 2]$

تعداد اعضای صحیح $= 3$

۲

۷

$f\left(\frac{x^2-2}{x}\right) = f\left(x - \frac{2}{x}\right) = x - \frac{2}{x} + \underbrace{x^2 + \frac{4}{x^2} - 4}_{\left(x - \frac{2}{x}\right)^2} \rightarrow f(t) = t + t^2 \rightarrow$

$\boxed{f(x) = x^2 + x}$

۲

۸

$fog(x) = \log_2^{8x - x^2} \quad 8x - x^2 > 0 \rightarrow \therefore \quad x(8-x) > 0 \quad \begin{array}{c} 0 \quad 8 \\ \hline - \mid + \mid - \end{array} \quad D_{fog} : (0, 8)$

۱/۵

عبارت درون: $8x - x^2 \rightarrow x_s = \frac{-b}{2a} = \frac{-8}{-2} = 4 \rightarrow y_s = 16 \rightarrow R = (-\infty, 16] \rightarrow$

$R : (0, 16] \leftarrow (0, 8)$ در دامنه ی $\rightarrow R_{fog} = \log_2^{8x - x^2} < 4 \rightarrow (-\infty, 4]$

اشتراک اینها می‌شود: $(0, 4] = A \cap B \rightarrow$ دارای ~~۳~~ ۴ عضو صحیح

۹

$f(f(x)) = 1 - 3f^2(x) \rightarrow f(t) = 1 - 3t^2 \rightarrow$

$(x-1)^3 + 2(x-1) + 1 = 1 - 3x^2 \rightarrow x^3 - 1 - \cancel{3x^2} + 3x + 2x - 2 + \cancel{1} = \cancel{1} - \cancel{3x^2} \rightarrow$

$x^3 + 5x - 3 = 0 \xrightarrow{\text{مشتق‌گیری}} 3x^2 + 5$

با توجه به اینکه مشتق این عبارت ریشه ندارد و تابع همواره صعودی است پس فقط یک نقطه برخورد با محور x ها دارد یک ریشه دارد ...

۲

۱۰

$gof(x) = g(f(x)) = ax^3 + 2x \,, \quad g(3) = 8 \Rightarrow f(x) = 3 \rightarrow x - \frac{4}{x} = 3 \rightarrow$

$t^2 - 3t - 4 = 0 \rightarrow (t-4)(t+1) = 0 \rightarrow t = 4$ یا $-1 = x \rightarrow$ در نتیجه $f(4) = f(-1) = 3$

$g(3) = 27a + 6 = 8 \rightarrow 27a = 2 \rightarrow \boxed{a = \frac{2}{27}}$

۱

$\begin{cases} x = 4 \longrightarrow 64a + 8 = 8 \longrightarrow a = 0 \\ x = -1 \longrightarrow -a - 2 = 8 \longrightarrow a = -10 \end{cases}$