آرنیا حسینی — تکلیف گروه دوازدهم اشر ۸ — تکلیف شماره ۸ — ۱۵٫۵

۱)

$f(x)=\sqrt{\log_{۲}^{(x-1)}} \rightarrow D_f: x>1 \quad (I)$ ، $\log_{۲}^{x-1}\geq 0 \rightarrow x-1\geq 1 \rightarrow x\geq ۲ \quad (II) \rightarrow I\cap II = [۲,+\infty)$

$g(x)=\sqrt{-x^۲+۴x-۴} \rightarrow \sqrt{-(x^۲-۴x+۴)} \rightarrow \sqrt{-(x-۲)^۲} \rightarrow (x-۲)^۲=0 \rightarrow D_g=۲$

۱٫۵

$D_{gof}=\{x\in D_f , f(x)\in D_g\} = \{x\in[۲,+\infty) , \log_{۲}^{x-1}=۲ \rightarrow x-1=۴ \rightarrow \boxed{x=۵}\} = \boxed{[۲,+\infty)}$

$\hookrightarrow x=۱۷$ $\quad D_{gof}=\{۱۷\}$

---

۲)

$f(x)=۲x-۵$

$g(x)=x^۲-۳x+۸$

$fog(x)=gof(x) \rightarrow ۲(x^۲-۳x+۸)-۵=(۲x-۵)^۲-۳(۲x-۵)+۸ \rightarrow ۲x^۲-۶x+۱۱=۴x^۲-۲۶x+۴۸$

$\rightarrow ۲x^۲-۲۰x+۳۷=0 \rightarrow S=\frac{-b}{a}=۱۰ ,\ P=\frac{c}{a}=\frac{۳۷}{۲}$

مجموع مربعات ریشه‌ها $\leftarrow \alpha^۲+\beta^۲ \leftarrow S^۲-۲P \leftarrow ۱۰۰-۲\times\frac{۳۷}{۲}=\boxed{۶۳}$ ✓

۲

---

۳)

$gof(x)=۵x^۲+۱۱ \rightarrow g(۲x)=۵x^۲+۱۱ \rightarrow g(t)=۵(\frac{t}{۲})^۲+۱۱=\frac{۵\times t^۲+۴۴}{۴} \rightarrow g(x)=\frac{۵}{۴}x^۲+۱۱$ ✓

$\hookrightarrow ۲x=t \rightarrow x=\frac{t}{۲}$

$f(x)=۲x$

$g(x-۷) \rightarrow$ تبدیل تقع $\rightarrow g(x-۷)=\frac{۵}{۴}(x+۷)^۲+۱۱=\frac{۵}{۴}x^۲+۱۴\times\frac{۵}{۴}\times x+۴۹\times\frac{۵}{۴}+۱۱ \rightarrow \frac{۵}{۴}x^۲+\frac{۳۵}{۲}x$

$+\frac{۲۸۹}{۴} \rightarrow ۵x^۲+۷۰x+۲۸۹ \rightarrow \min=\frac{-\Delta}{۴a}=\frac{-((۷۰)^۲-۴\times۲۸۹\times۵)}{۴\times۵}=\frac{۲۸۰}{۲۰}=۱۴$

$R_{\min}=۱۱$

۱۴

---

۴)

$f(x)=۳x-۴$

$fog(x)=۳x^۲-۶x-1$

$\rightarrow ۳(x-1)^۲-۴ \rightarrow ۳x-۴=۳(x-1)^۲-۴ \rightarrow g(x)=(x-1)^۲$

$\rightarrow ۳g-۴=۳x^۲-۶x-1 \rightarrow ۳g=\frac{۳x^۲-۶x+۳}{۳} \rightarrow g(x)=x^۲-۲x+1$

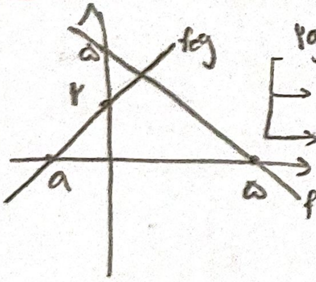
$gof(x)=?$

$\rightarrow (۳x-۴)^۲-۲(۳x-۴)+1=۹x^۲-۲۴x+۱۶-۶x+۸+1=۹x^۲-۳۰x+۲۵$ ✓

۲

---

۵)



$۲g(x)=۳f(x)-۱۴ \rightarrow g(x)=\frac{۳}{۲}f(x)-۷ \rightarrow f(x)=\frac{۲}{۳}g(x)+\frac{۱۴}{۳}$

$\rightarrow fog=\frac{۲}{a}x+۲$

$\rightarrow f-g=-x+۵$

$a=?$

$fog(x)=۶x+۲$

$fog(x)=y=\frac{۲}{a}x-۲$

$۶x+۲=\frac{۲}{a}x-۲ \rightarrow a=-\frac{1}{۳}$

۰٫۵

---

۶)

$f(x)=۹^x$

$g(x)=\log_{۳}^{x}$

$fog(x)\leq gof(x) \rightarrow ۹^{\log_{۳}^{x}}\leq \log_{۳}^{۹^x} \rightarrow x^۲\leq ۲x \rightarrow x^۲-۲x\leq 0 \rightarrow x(x-۲)\leq 0$ ✓

	۰		۲	
+		−		+

$\rightarrow [0,۲] \rightarrow ۲,۱,0 \rightarrow$ ۳ عدد صحیح

۲

---

۷)

$f(\frac{x^۲-۲}{x})=x^۲+x-۴-\frac{۲}{x}+\frac{۴}{x^۲} \rightarrow f(x-\frac{۲}{x})=x-\frac{۲}{x}+(x-\frac{۲}{x})^۲ \rightarrow \boxed{f(x)=x^۲+x}$ ✓

۲

---

۸)

$f(x)=\log_{۲}^{x}$

$g(x)=۸x-x^۲$

$D_{fog}=? \rightarrow A \rightarrow \{x\in D_g , g(x)\in D_f\} \rightarrow \{x\in \mathbb{R} , ۸x-x^۲>0 \rightarrow x^۲-۸x<0 \rightarrow x(x-۸)<0\}$

	۰		۸	
+		−		+

$x\in(0,۸) \rightarrow A=(0,۸)$

$R_{fog}=? \rightarrow B \rightarrow fog(x)=\log_{۲}^{۸x-x^۲} \rightarrow R_{fog}=\mathbb{R} \rightarrow B=\mathbb{R}$

$R_{fog}=(-\infty,۴]$

$A\cap B=\mathbb{R}\cap(0,۸)=(0,۸) \rightarrow ۱،۲،۳،۴،۵،۶،۷ \rightarrow$ ۷ عدد صحیح

$\hookrightarrow (0,۴] \rightarrow$ ۴ عدد صحیح

۱

$\boxed{۹}$ ①

$f\circ f(x) = ۱ - ۳f^{۲}(x) \rightarrow f(f(x)) = ۲ - ۳f^{۲}(x)$

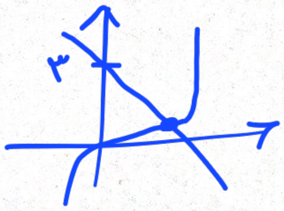
$g(x) = x - ۱$

$h(x) = x^{۳} + ۲x + ۱$

$\rightarrow (x-۱)^{۳} + ۲(x-۱) + ۱ = x^{۳} - ۳x^{۲} + ۳x + \cancel{۱} + ۲x - \cancel{۲} + \cancel{۱} \rightarrow x^{۳} + ۵x - ۳x^{۲}$

$h(g(x)) = f(x) \rightarrow$ تعداد ریشه

$\hookrightarrow x^{۳} = -۵x + ۳ \longrightarrow$



یک ریشه

$\boxed{۱۰}$ ②

$f(x) = x - \frac{۴}{x} \rightarrow x - \frac{۴}{x} = ۳ \rightarrow x^{۲} - ۳x - ۴ = ۰ \rightarrow (x-۴)(x+۱) = ۰$ ④ ⊖۱

$g\circ f(x) = ax^{۳} + ۲x$

$\rightarrow f(۴) \rightarrow ۶۴a + ۸ = ۸ \rightarrow \boxed{a=۰}$

$\rightarrow f(-۱) \rightarrow -a - ۲ = ۸ \rightarrow \boxed{a = -۱۰}$ ✓

$g(۳) = ۸$

$a = ?$