سارینا عابدینی

۱-

$y=-\frac{1}{4}x^2+\frac{2}{5}x+1 \longrightarrow a=-\frac{1}{3} \longrightarrow y=-\frac{1}{3}(x-4)+3 \longrightarrow -\frac{1}{3}(x-4)^2+3=0 \longrightarrow (x-4)^2=9$

رأس $(4,3)$

$x-4=\pm 3$

$\boxed{\begin{matrix} x_1=1 \\ x_2=7 \end{matrix}}$

۲-

رأس $(1,4)$ $\Big\}$ $f(x)=-(x-1)^2+4 \rightarrow f(x)=-x^2+2x+3$

$y=1-2f(3x+2) \rightarrow f(x)=-x^2+2x+3 \rightarrow f(3x+2)=-(3x+2)^2+2(3x+2)+3=-9x^2-6x+3$

$y=1-2(-9x^2-6x+3)=18x^2+12x-5 \rightarrow \alpha=\underbrace{\frac{-12}{36}}_{\frac{-b}{2a}}=-\frac{1}{3}$ و $\beta=18(-\frac{1}{3})^2+12(-\frac{1}{3})-5=-7$

$\alpha\beta=(-\frac{1}{3})(-7)=\frac{7}{3}$

۳-

$y=3-\sqrt{2x} \longrightarrow y=3-\sqrt{2(x+1)} \rightarrow y=-(3-\sqrt{2(x+1)}) \rightarrow y=-(3-\sqrt{2(x+1)})+5=\boxed{\sqrt{2x+2}+2}$

$\sqrt{2(x+1)}+2=\frac{7}{2} \longrightarrow \sqrt{2(x+1)}=\frac{3}{2} \longrightarrow 2(x+1)=\frac{9}{4} \rightarrow x+1=\frac{9}{8} \rightarrow \boxed{x=\frac{1}{8}}$

ایول بریم بعدی ######

۴-

$f(x-1) \rightarrow x-1\in(a,4] \rightarrow x\in(a+1,5]$

$g(x+1) \rightarrow x+1\in[-1,b) \rightarrow x\in[-2,b-1)$

$\Big\} \xrightarrow{\text{اشتراک}} =(-2,5)$

① $a+1\leq -2 \longrightarrow \boxed{a\leq -3}$ ② $\rightarrow b-1\geq 5 \rightarrow b\geq 6$

برای اینکه اشتراک دقیقاً $(-2,5)$ شود:

اگر $a=-3$ باشد چون دامنه x ← $(-2,5]$ می‌شود ← اشتراک هم درست ✓ اگر $b=6$ باشد آنگاه چون بازه g سمت راست باز است

از طرف راست درست ✓ ← جواب بازه درست $(-2,5)$ می‌شود.

$a-b=-3-6=-9$

۵-

$y_1=f(\frac{x}{2}+1) \xrightarrow[{[-3,5]}]{} x_{min}=\frac{-3}{2}+1=-0.5$ و $x_{max}=2.5+1=3.5$

$\boxed{x\in[-0.5,3.5]} \longrightarrow R\in[-1,2] \longrightarrow y_2=\sqrt{|2f(x)-3|} \longrightarrow 2f(x)-3\in[-5,1]$

$|2f(x)-3|\in[0,5] \longrightarrow y_2=\sqrt{|2f(x)-3|} \in[0,\sqrt{5}]$

$R_{y_2}\in[0,\sqrt{5}]$

$D_{y_2}\in[-0.5,3.5]$

۶-

برای هر بازه طول : $n\leq ax<n+1 \rightarrow [ax]=n \rightarrow y=\frac{x}{a}n \rightarrow y=\frac{n}{a}x \longrightarrow$ شیب خط در بازه‌های مختلف n هست.

اگر $[ax]$ برای اولین بار از 0 به 1 تغییر کند $\longrightarrow$ $x=\frac{1}{a}$ نقطه شروع، y برابر با $\frac{1}{4}$ $\longrightarrow x=\frac{1}{a} \longrightarrow y=\frac{1}{a^2} \rightarrow \frac{1}{a^2}=\frac{1}{4} \rightarrow a=\pm 2 \longrightarrow a=2$.

در معادله منفی قبول نمی‌کنیم زیرا شیب نمودار در قسمت صعودی مثبت است. ← $a=2$

$b=\frac{1}{a}=\frac{1}{2} \longrightarrow b-a=\frac{1}{2}-2=-\frac{3}{2}$

۷-

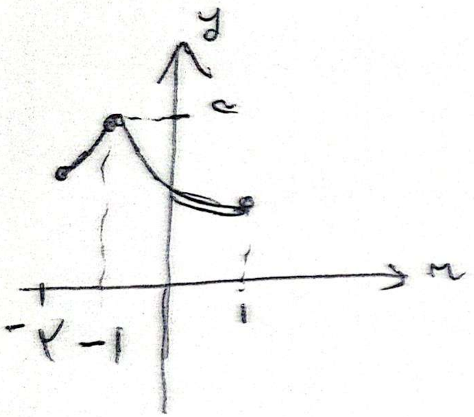
$f(x)=\log_2 x \rightarrow f(x)=\log_2(x+2) \rightarrow f(x)=-\log_2(x+2) \rightarrow f(x)=-\log_2(x+2)+3 \longrightarrow$

$g(x)=-\log_2(-x+2)+3=\boxed{3-\log_2(2-x)} \longrightarrow g(-14)+g(-62)=3-\log_2(16)+3-\log_2(64)$

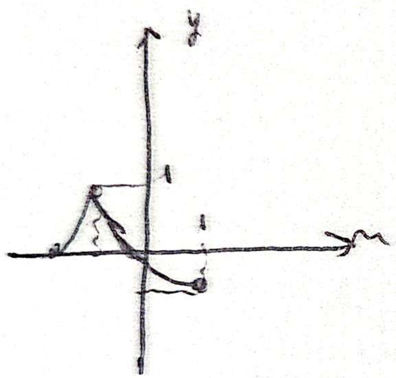
$=-1-3=-4$

ادامه‌ی

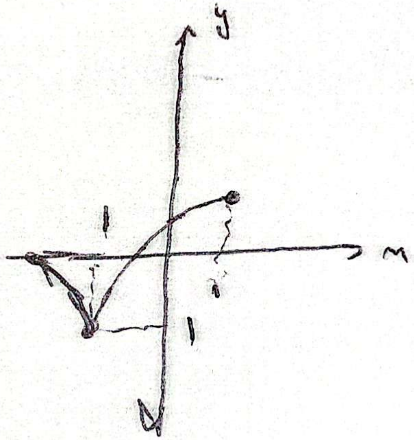
۸-



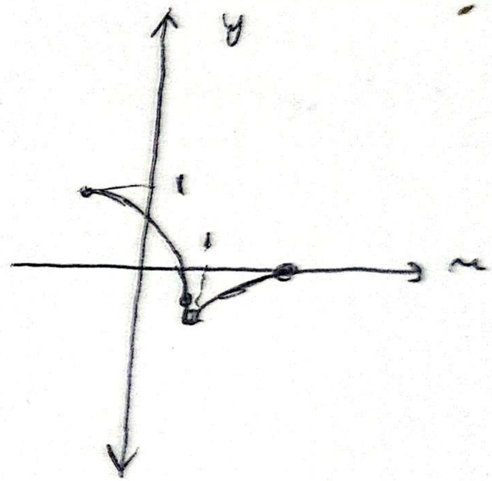
$۲-f(-x+۳)$



$-f(-x+۲)$

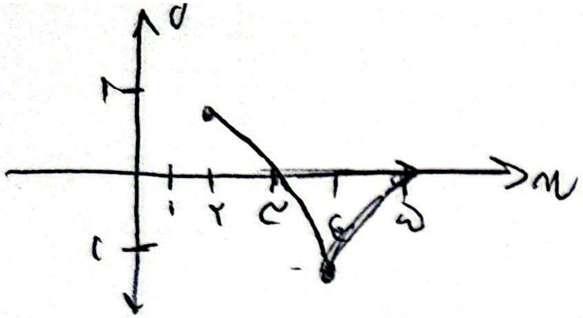


$f(۲-x)$

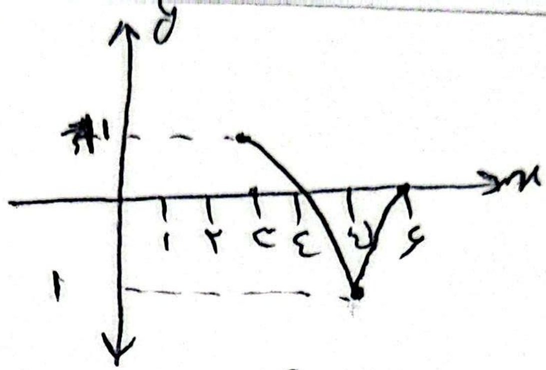


$f(x+۲)$

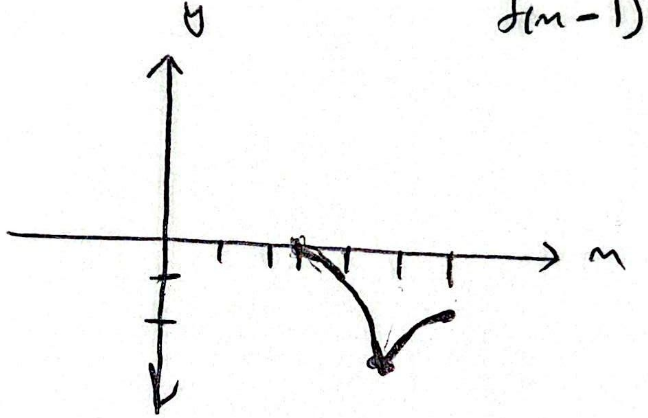
التمرين ٨ :



$f(x)$



$f(x-1)$



$f(x+4)$

۹- $f(x) \longrightarrow \left|\dfrac{(x-2)+1}{2(x-2)+1}\right| \longrightarrow g(x) = \left|\dfrac{x-1}{2x-3}\right| + 1 \longrightarrow x + g(x) < 0 \longrightarrow \boxed{x + \left|\dfrac{x-1}{2x-3}\right| + 1 < 0}$

$x+1+\underbrace{\left|\dfrac{x-1}{2x-3}\right|}_{\text{همیشه نامنفی}} < 0 \rightarrow x+1<0 \longrightarrow x<-1 \longrightarrow \left|\dfrac{x-1}{2x-3}\right| < -(x+1)$

* چون $x<-1$ است پس صورت و مخرج $\left|\dfrac{x-1}{2x-3}\right|$ کسر منفی هستند و قدر مطلق حذف صحیح

$\dfrac{x-1}{2x-3} < -(x+1) \xrightarrow{2x-3<0} x-1 > (2x-3)(-x-1)$

$\longrightarrow x-1 > -2x^2+x+3 \longrightarrow -4 > -2x^2 \longrightarrow x^2>2 \longrightarrow x<-\sqrt{2}$ یا $x>\sqrt{2}$

اشتراک با $x<-1$ $\longleftarrow$ $x<-\sqrt{2}$ $\longleftarrow$ جواب نهایی $(-\infty, -\sqrt{2})$

۱۰- $f(x)=x^3 \rightarrow f(x)=(x-2)^3+27 \longrightarrow 28f(x) - f^2(x) \geq 0 \rightarrow f(x)(28-f(x)) \geq 0$

$((x-2)^3+27)(28-(x-2)^3-27) \geq 0 \longrightarrow$

$(x-2)^3+27=0 \rightarrow (x-2)^3=-27 \rightarrow x-2=-3$

$x_1=-1$

$1-(x-2)^3=0 \longrightarrow (x-2)^3=1 \rightarrow x-2=1$

$x_2=3$

x		-1		3	
	$-$	0	$+$	0	$-$

$[-1, 3]$