سارینا ساسیری

۱-

الف)

$3x-2 \in [-4,2]$

$-4 \leq 3x-2 \leq 2 \rightarrow -2 \leq 3x \leq 4$

$\frac{-2}{3} \leq x \leq \frac{4}{3} \rightarrow D_f \in [-\frac{2}{3}, \frac{4}{3}]$

ب)

$3x-2 \longrightarrow x \in [-4,2]$

$3x-2 \xrightarrow{x=-4} -14$

$3x-2 \xrightarrow{x=2} 4 \rightarrow D_{f_1} \in [-14,4]$

$f(x) \longrightarrow x \in [-14,4]$

$D_{f_2} \in [-14,4]$

$f_1(x) = f(x-2) = (x-2)+2\sqrt{(x-2)-2}$

$\rightarrow \boxed{f_1(x) = x-2+\sqrt{x-4}}$

← انتقال دو واحد سمت راست

$f_2(x) = f_1^{-1}(x) \xrightarrow[\text{تقاطع با}]{y=x} f_2(x) = x$

$\longrightarrow f_1(x) = x \rightarrow x-2\sqrt{x-4} = x$

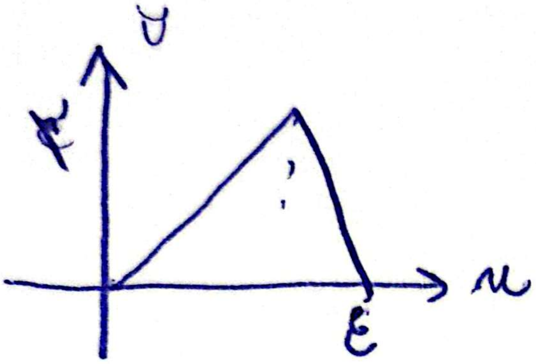
$\sqrt{x-4} = 2 \longrightarrow x-4 = 4 \rightarrow x = 8$

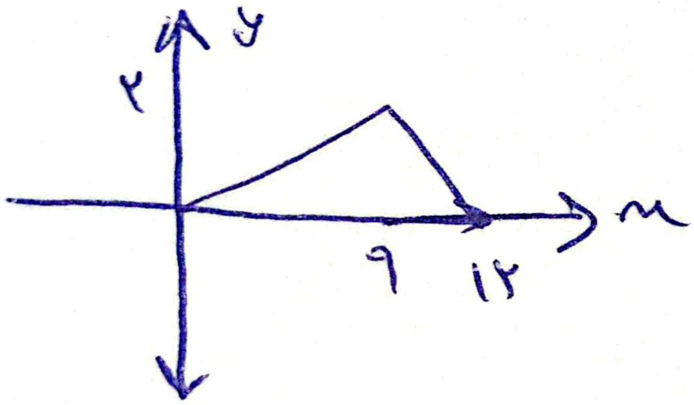
$\xrightarrow{y=x} y = 8 \longrightarrow \boxed{(8,8)}$

← نقطه تقاطع تابع جدید با نیمساز ناحیه‌ی اول

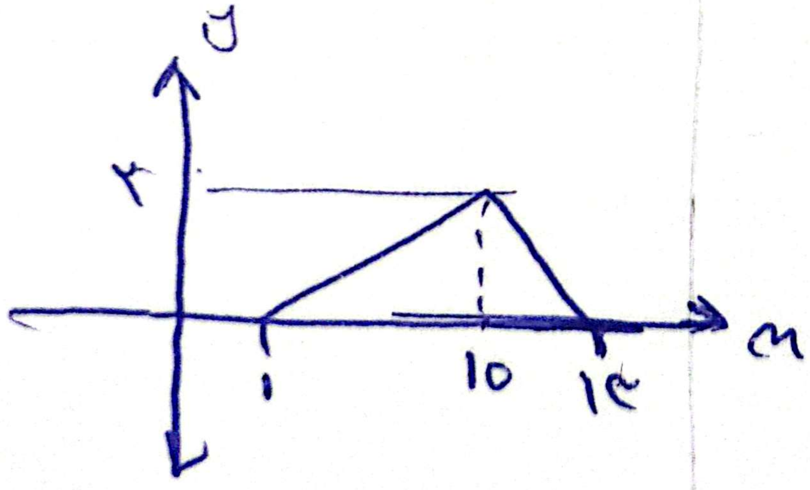
سارینه عابدینی

۳- $y = f(cx+1)$





$y = f(x+1)$



$y = f(x)$

$\to x = \frac{2}{9}x + \frac{2}{9} = y$

$x = 10$

$2 \times 12 \times \frac{1}{2} = 12$

$f(۴) = -۳ \longrightarrow y = a + ۲f\left(\frac{x-a}{۲}\right) - ۴$

$\longrightarrow \frac{x-a}{۲} = ۴ \longrightarrow \boxed{x = ۸ + a}$

$y = a + ۲f(۴) \longrightarrow y = a + ۲(-۳) =$

$a - ۶ \longrightarrow A'(a+۸, a-۶)$

نقطه‌ی A' روی خط $y=2x-8$ می‌باشد:

$$a-6=2(a+4)-8 \rightarrow a-6=2a \rightarrow a=-6$$

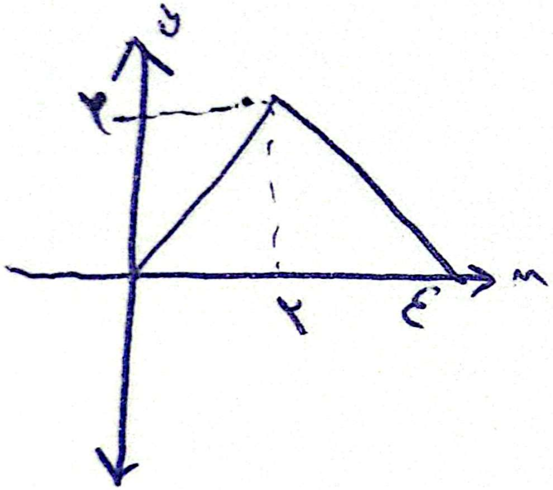
۵-

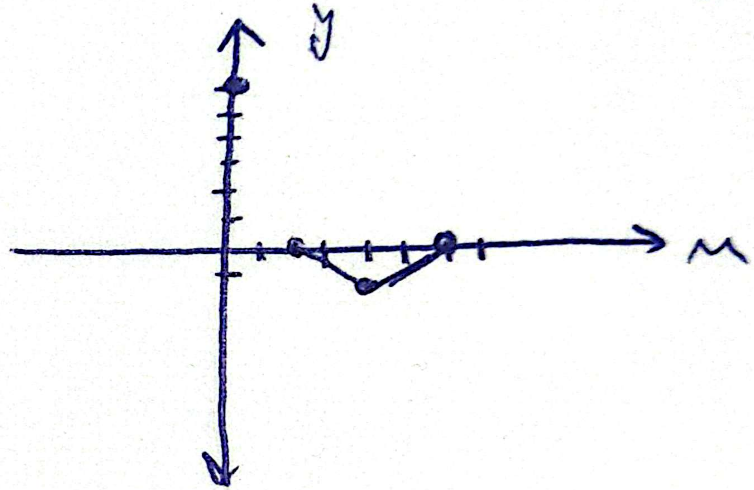
$$g(x)=-f(x-2) \Rightarrow f(x)=-g(x+2)$$

$$\frac{1}{2}f(4-x)=\frac{1}{2}\left(-g(4-x+2)\right)=-\frac{1}{2}g(6-x)$$

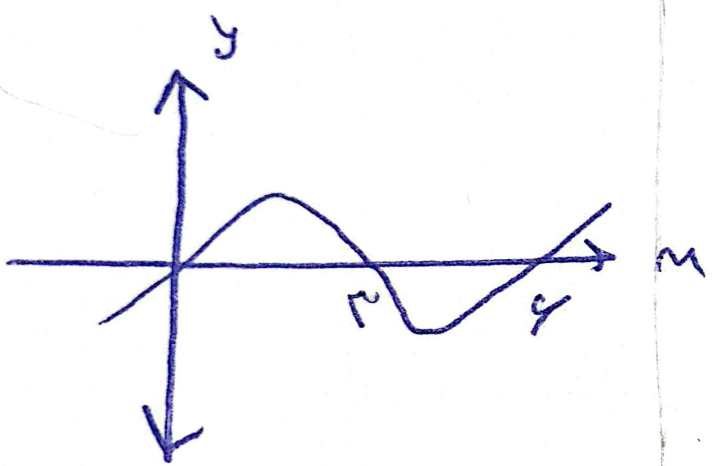
← ① ابتدا x را با $\boxed{6-x}$ جایگزین کنیم. ② سپس مقدار g را در $-\frac{1}{2}$ ضرب کنیم و فشردگی عمودی با ضریب $\left(\frac{1}{2}\right)$ + قرینه شدن نسبت به محور xها.

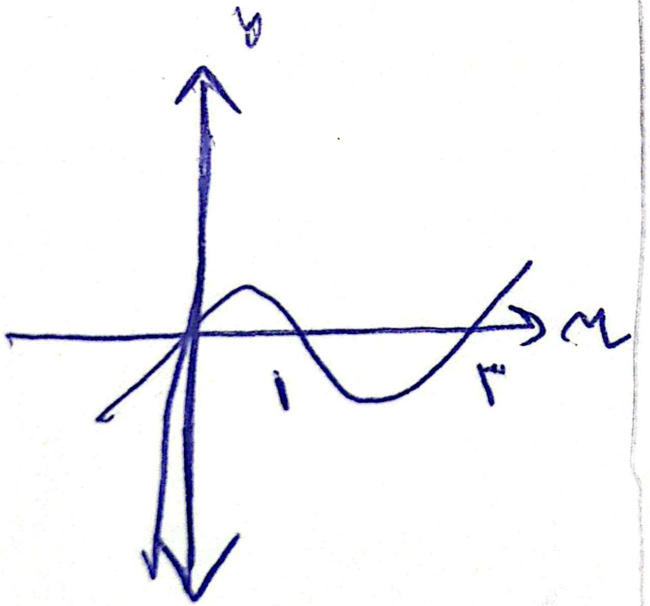
$$(0,0)\rightarrow(6,0)\ //\ (2,2)\rightarrow(4,-1)\ //\ (4,0)\rightarrow(2,0)$$





سارین عاشوری





۶-

$y = f(x-1)$

$-(x+2)f(2x-1) \geq 0$

$(x+2)f(2x-1) \leq 0$

	-2		0		1		3	
$+$		$-$		$+$		$-$		$+$

$D = [-2,0] \cup [1,3]$

$f(x) = |2x-3| + 1 \longrightarrow$ $g(x) = f(x+k) - 3$ -۷

$g(x) = |2(x+k) - 3| + 1 - 3$

$\longrightarrow$ ★ روی محور y یعنی ۰ صفر :

$f(0) = |2(0) - 3| + 1 = |-3| + 1 = 4$

$g(0) = |2(0) + 2k - 3| - 2 = |2k-3| - 2$

$f(0) = g(0) \longrightarrow 4 = |2k-3| - 2$

$|2k-3| = 6$

حالت اول $\longrightarrow$ $2k - 3 = 6 \longrightarrow 2k = 9 \longrightarrow k = \frac{9}{2}$

حالت دوم $\longrightarrow$ $2k - 3 = -6 \longrightarrow 2k = -3 \longrightarrow k = -1/5$

$\boxed{k = \frac{9}{2}}$ $\longleftarrow$ اما طبق $k>0$ گفته

سازنده‌ی میتو

$$f(x) = \frac{2x-1}{x+1} \rightarrow (x \neq -1)$$

۸ -

① $(x, f(x)) \longrightarrow (x, -f(x))$

② $(x, -f(x)) \longrightarrow (3x, -3f(x))$

③ $(3x, -3f(x)+t)$

* در نتیجه نمودار را t واحد به سمت بالا منتقل می‌کنیم!

$$\longrightarrow f(3x) = -3f(x) + t$$

$$t = \frac{2(3x)-1}{3x+1} + 3\left(\frac{2x-1}{x+1}\right)$$

$$t = \frac{6x-1}{3x+1} + \frac{6x-3}{x+1}$$

$$t = \frac{24x^2+2x-4}{(3x+1)(x+1)}$$

$$24x^2 + 2x - 4 - t(3x^2+4x+1) = 0$$

$$(24-3t)x^2 + (2-4t)x + (-4-t) = 0$$

* برای اینکه فقط یک جواب برای x داشته باشیم، این معادله نباید دو ریشه‌ی مختلف حقیقی داشته باشد، ولذا باید معادله یک جواب داشته باشد. بنابراین باید ضریب x^2 صفر باشد:

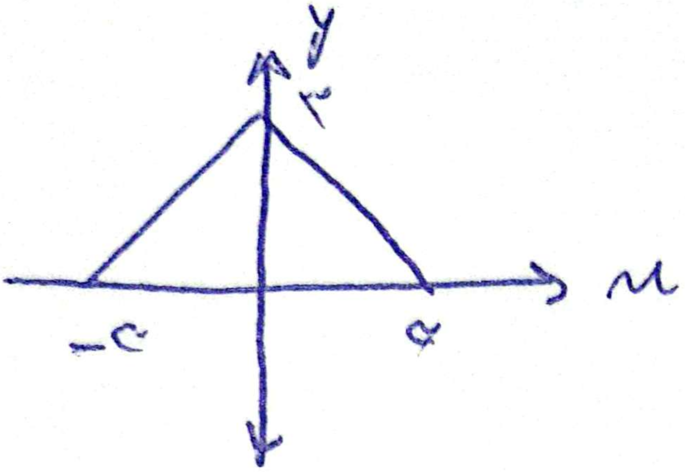
$$24 - 3t = 0 \longrightarrow t = 8$$

* باید نمودار را ۸ واحد به سمت بالا منتقل کنیم که شرط یک نقطه‌ی مشترک داشته باشد.

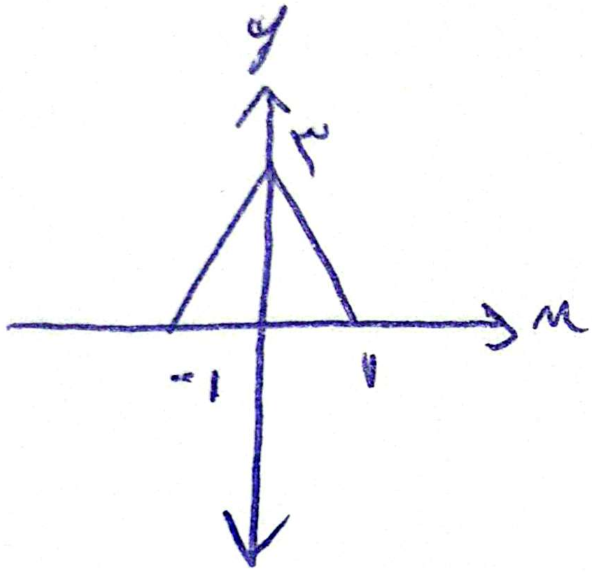
پایان.

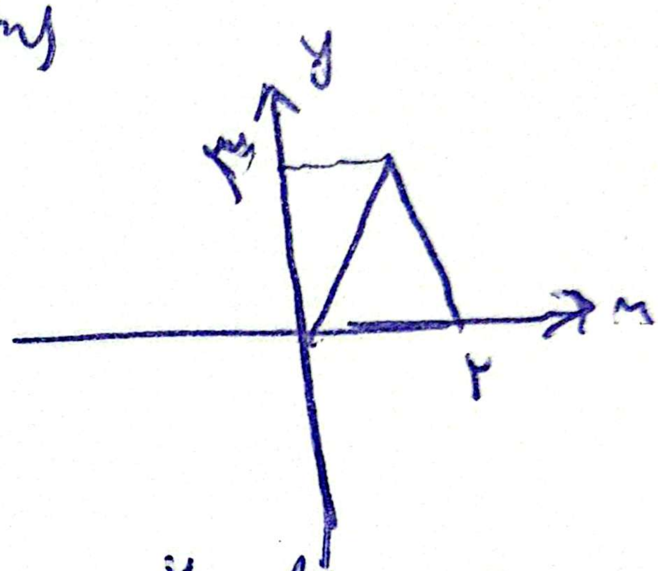
۹-

$y = f\left(\frac{x}{۲}\right)$

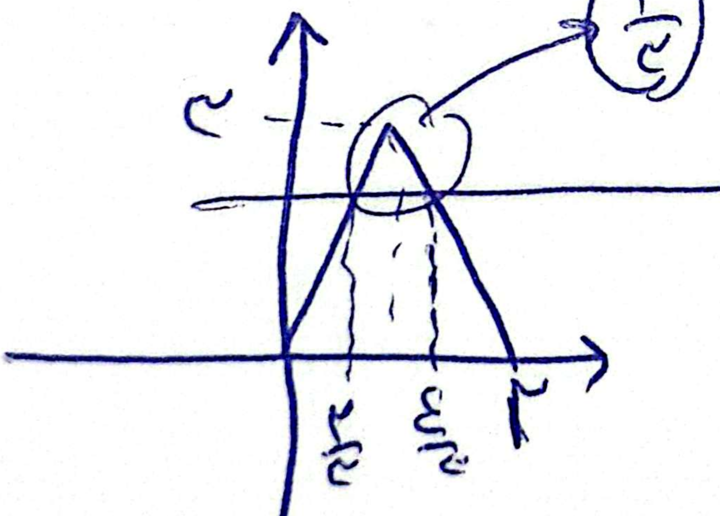


$y = f(x)$





$y = f(x-۱)$



$\frac{۱}{۳}$

$y = ۲$

$x_۱ \to ۳x = y \to x = \frac{۲}{۳}$

~~[illegible]~~

$x_۲ \to -۳x + ۶ = y$

$x_۲ = \frac{۴}{۳}$

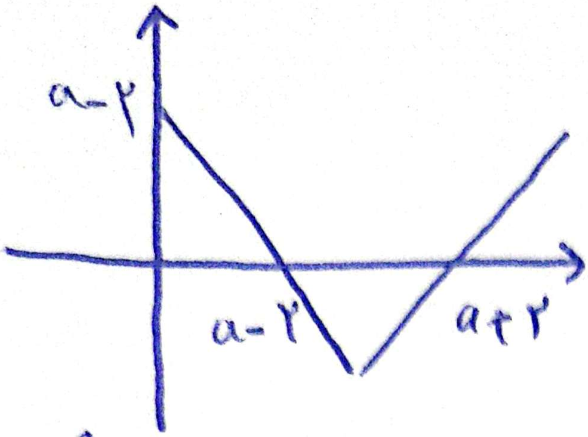
$\frac{۲}{۳} \times \frac{۱}{۲} \times ۱ = \frac{۱}{۳}$

$b-a \longrightarrow b=8$

* باید نمودار را ۸ واحد به سمت بالا منتقل کنیم که شرایط نقطه‌ی گفته شده را داشته باشد.

سارا شیخ علی

-۱۰



$$\left(4\times\frac{1}{2}\times 2\right)+\frac{1}{2}(a-2)^2=\frac{9}{2}\rightarrow (a-2)^2=1$$

$a-2=1\rightarrow a=3$

$a-2=-1\rightarrow a=1$ غیرقابل قبول

$$f(x)=|x-3|-2$$

$$f\left(\frac{1}{a}\right)\longrightarrow f\left(\frac{1}{3}\right)=\left|\frac{1}{3}-3\right|-2=\frac{2}{3}$$