پرنیا شمس نیا ۱۷

۱

الف) $D_f=[-4,2] \to f(3x-2)\ \xrightarrow{D?}\ 3x-2\in[-4,2] \to -4\le 3x-2\le 2 \to -2\le 3x\le 4 \to -\frac{2}{3}\le x\le \frac{4}{3}$

$\boxed{D_{f(3x-2)}=[-\frac{2}{3},\frac{4}{3}]}$ ← جواب

ب) $D_{f(3x-2)}=[-4,-2] \to -4\le x\le -2 \to -12\le 3x\le -6 \to -14\le 3x-2\le -8$

$D_f=[-14,-8]$

۲

۲

$f(x)=x+\sqrt{x-2}\ \xrightarrow{\text{۲ واحد به سمت راست}}\ g(x)=x-2+\sqrt{(x-2)-2} \to g(x)=x-2+\sqrt{x-4}$

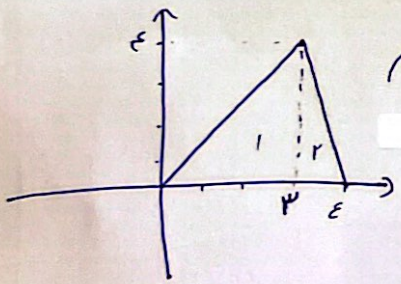
$g\cap y=x\ \xrightarrow{\text{نیمساز}}\ g(x)=x \to x-2+\sqrt{x-4}=x \to \sqrt{x-4}=2 \to x-4=4 \to x=8 \xrightarrow{\text{جواب}} (8,8)$

تابع جدید نیمساز ناحیه اول را با عرض ۸ قطع می‌کند

۲

۳

$g(x)=2f(3x+1)$



پس مساحت هر مثلث را بدست آوردیم ← نمودار از ۲ مثلث تشکیل شده

در $x=[0,3]$ یک مثلث با قاعده ۳ و ارتفاع ۴ داریم ← $S_1=\frac{1}{2}\times 3\times 4=6$

در $x=[3,4]$ یک مثلث با قاعده ۱ و ارتفاع ۴ داریم ← $S_2=\frac{1}{2}\times 1\times 4=2$

$S_{\text{زیر نمودار g}}=6+2=8$

$f(3x+1)=\frac{1}{2}g(x) \to S_f=\frac{3}{2}S_g=\frac{3}{2}\times 8=12$ ← جواب

۲

۴

$A(2,5) \longrightarrow y=f(x)\ \xrightarrow{\text{متناظر با}}\ A'(x',y') \to y'=a+2f(\frac{x'-a}{2})$

$\frac{x'-a}{2}=x_A=2 \to x'-a=4 \to x'=a+4 \to y'=a+2f(\frac{(a+4)-a}{2}) \Rightarrow y'=a+2f(2)$

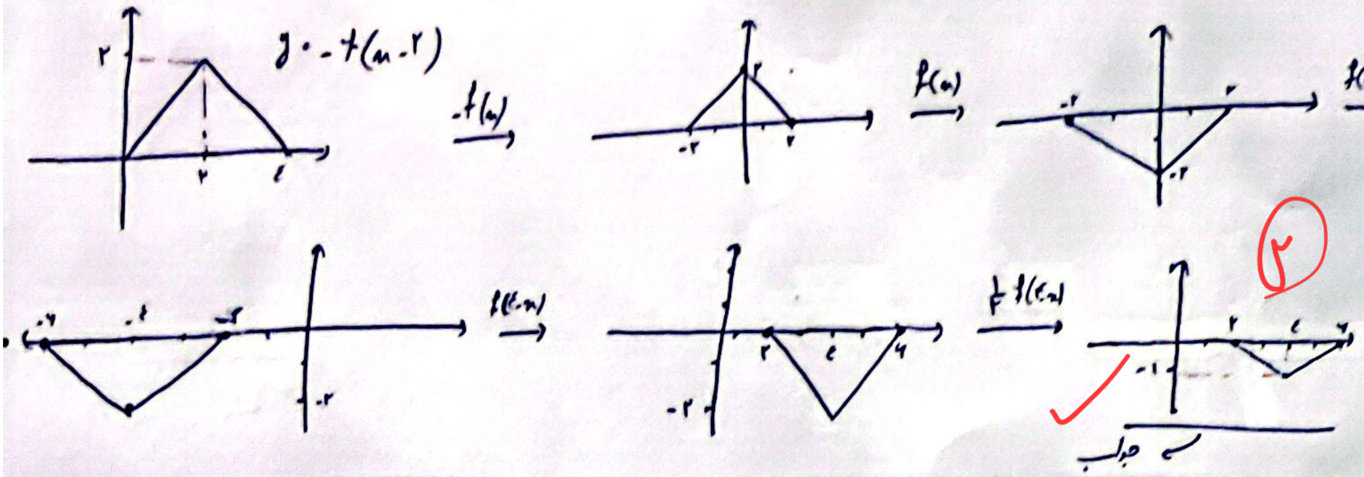
$\to f(2)=-3 \to y'=a+2(-3)=a-6$

$A'\xrightarrow{\text{روی خط}} y=2x-8 \to y'=2x'-8 \to a-6=2(a+4)-8 \to a-6=2a+8-8 \to$

$\to \boxed{a=-6}$ ← جواب

۲

۵



۲

۶

$y=\sqrt{-(x+2)f(3x-1)}$

$-(x+2)f(3x-1)\geq 0$

-2 = ریشه

ریشه‌ها = $0,1,2$

$f(-1)=0\ ,\ f(2)=0\ ,\ f(5)=0$

$3x-1=-1 \rightarrow x=0$

$3x-1=2 \rightarrow x=1$

$3x-1=5 \rightarrow x=2$

-2		0		1		2	
$+$	$-$		$+$		$-$		$+$

$D_f=[-2,0]\cup[1,2]$

۲

۷

$f(x)=|2x-3|+1 \xrightarrow[\text{۳ واحد به پایین } (y-3)]{\text{k واحد به چپ } (x+k)} g(x)=f(x+k)=|2(x+k)-3|+1-3 \rightarrow$

$\rightarrow g(x)=f(x+k)=|2x+2k-3|-2 \xrightarrow[\text{یعنی } x=0]{\text{شرط برخورد با محور yها}} f(0)=g(0) \rightarrow$

$\rightarrow f(0)=|-3|+1=4\ ,\ g(0)=|2k-3|-2 \rightarrow |2k-3|-2=4 \rightarrow$

$\rightarrow |2k-3|=6 \begin{cases} \rightarrow 2k-3=6 \rightarrow 2k=9 \rightarrow k=\frac{9}{2} \\ \rightarrow 2k-3=-6 \rightarrow 2k=-3 \rightarrow k=-\frac{3}{2} \end{cases} \xrightarrow{k>0} \boxed{k=\frac{9}{2}}$

جواب

۲

بهرام نیا

$f(x)=\frac{2x-1}{x+1}\xrightarrow[\text{طول ها یعنی}]{\text{قرینه نسبت به محور}} f_1(x)=-f(x)=-\frac{2x-1}{x+1}=\frac{-2x+1}{x+1}\xrightarrow[y\to 3y]{\text{۳ برابر کردن طول ها یعنی}}$

۳ برابر کردن طول ها یعنی به جای x، $\frac{x}{3}$ بگذاریم ۰٫۵

$\to f_2(x)=3f_1(x)=3\times\frac{-2x+1}{x+1}=\frac{-6x+3}{x+1}\xrightarrow[\text{به بالا تا با f نقطه مشترک}]{\text{انتقال عمودی h واحد}} f_3(x)=f_2(x)+h=\frac{-6x+3}{x+1}+h$ ۸

$\frac{-2x+3}{x+3}+K=\frac{2x-1}{x+1}\to (K-4)x^2+4x(K-1)+3K+4$

$\to -\frac{6x+3}{x+1}+h=\frac{2x-1}{x+1}\to\frac{-6x+3+h(x+1)}{x+1}=\frac{2x-1}{x+1}\to -6x+3+h(x+1)=2x-1\to$

$\to (h-6)x+(h+3)=2x-1\to h-6\neq 2\to (h-6)x-2x=-1-(h+3)\to (h-8)x=-h-4\to$

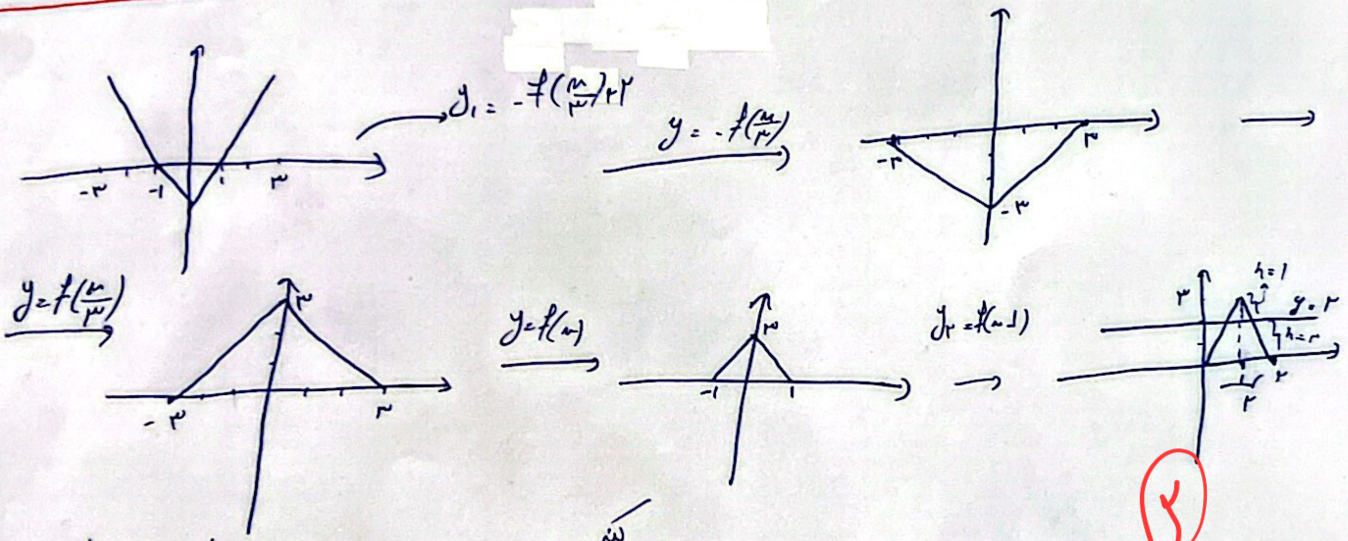
برای یک نقطه مشترک باید ضریب x ها متفاوت باشد

اگر معادله، خط باشد یک برخورد دارد

$K=4$

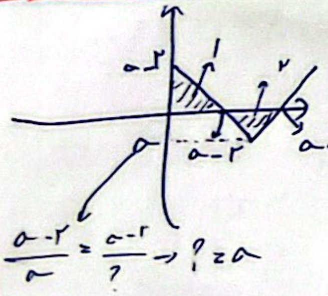
$\to x=\frac{-h-4}{h-8}\xrightarrow{x=0} f_3(x)=f(x)\Rightarrow f_3(0)=3+h\ ,\ f(0)=\frac{-1}{1}=-1$

$\boxed{\text{۴ واحد به سمت پایین}}\leftarrow 3+h=-1\to h=-4$



۹

$\frac{h_1}{h_1+h_2}=\frac{1}{3}\xrightarrow{\text{به توان ۲}}\frac{1}{9}\to$ مساحت شکل کوچک به مساحت شکل بزرگ $\frac19$ است $\to$ مثلث بزرگ $=\frac{2\times3}{2}=3\times\frac{1}{9}=\frac{1}{3}$ ۲



$\frac{a-2}{a}=\frac{a-2}{?}\to ?=a$

۰٫۵ $S_1=\frac{(a-2)(a-2)}{2}=\frac{(a-2)^2}{2}$ و $S_2=\frac{(a+2-a+2)(a)}{2}=2a$

$S_2=4$

$\frac{a^2-4a+4+4a}{2}=\frac{9}{2}\to a^2+4=9\to a^2=5\to a=\pm\sqrt5$ ۱۰

$a=\sqrt5$

$f(x)=|x-\sqrt5|-2\to f(\frac{1}{\sqrt5})=|\frac{\sqrt5}{5}-\sqrt5|-2=\boxed{\frac{4\sqrt5}{5}-2}$ جواب

$\frac{(a-2)^2}{2}+2=\frac{9}{2}\to\frac{(a-2)^2}{2}=\frac{1}{2}$

$a=1$ غ ق ق $\quad a=3$ ✓ $\to f(\frac{1}{3})=\frac{2}{3}$