۱۴

سوال ①

$f(2x+1)+f(x+2)=2x+f(3) \Rightarrow y=\sqrt{f(x)-x^2}$ $\quad R_f=? \Rightarrow 2x+1=3 \Rightarrow x=1$

$\Rightarrow f(3)+f(3)=3+f(3) \Rightarrow f(3)=3$

$f(x)=ax+b \Rightarrow 2ax+a+b+ax+2a+b=3x+3 \Rightarrow 3ax+3a+2b=3x+3$

$\Rightarrow a=1 \;,\; b=0$

۲

$f(x)=x \Rightarrow y=\sqrt{x-x^2} \Rightarrow x-x^2 \Rightarrow -\frac{b}{2a}=\frac{-1}{-2} \Rightarrow \frac{1}{2}=$ رأس x

$\Rightarrow \frac{1}{2}-\frac{1}{4}=\frac{1}{4}=$ رأس y $\xrightarrow{a<0} (-\infty,\frac{1}{4}] \xrightarrow[\text{رادیکال}]{\text{اعمال}} [0,\frac{1}{2}] \in R_f$

سوال ②

$f(-1)=3$

$f(x)=\dfrac{x^3-4x}{x+2} \xrightarrow{D_f} \mathbb{R}-\{a,b\} \;,\; \xrightarrow{R_f} [c,+\infty)-\{8\} \Rightarrow f(\frac{a+b}{2c})=?$

۱٫۵

$\dfrac{x(x^2-4)}{x+2}=\dfrac{x(x-2)(x+2)}{x+2}=x(x-2) \rightarrow y=x^2-2x$

۸ عضو برد نیست

$x^2-2x=8$

$x=4 \;\;\underline{\vee}\;\; x=-2$

$D_f \Rightarrow \mathbb{R}-\{$ ریشه مخرج $\} \Rightarrow \mathbb{R}-\{-2\} \rightarrow a,b=-2$

$R_f \Rightarrow x^2-2x=y \Rightarrow x^2-2x-y=0 \xrightarrow{\Delta\geq 0} 4+4y\geq 0 \Rightarrow y\geq -1$

$\Rightarrow [-1,+\infty)-\{8\} \rightarrow c=-1$

دامنه: $\mathbb{R}-\{-2,4\}$ (a، b)

$f(\frac{-2-2}{-2})=f(2) \Rightarrow 4-4=0 \Rightarrow \boxed{f(2)=0}$

سوال ③

$y=\sqrt[3]{x^3+ax^2+bx-8} \xrightarrow{D_f} [a,b] \xrightarrow{R_f} ?$

۲

$y=\sqrt[3]{(x-2)^3}=\sqrt[3]{x^3-6x^2+12x-8}=x-2 \Rightarrow a=-6 \;,\; b=12$

$-6\leq x\leq 12 \xrightarrow{-2} -8\leq x-2\leq 10 \Rightarrow \boxed{R_f \in [-8,10]}$

با توجه به برد ← مخرج صفر می‌شود ← $\dfrac{a\square+b}{c\square+d}$ مهم

سوال ④

$y_1=(\frac{x+1}{1-x})^{\frac{1}{a}} \;,\; y_2=(\frac{ax^2-1}{x^2+b}) \Rightarrow D_{f_1}=R_{f_2} \qquad a+b=?$

۱

در توان های کسری پایه نباید منفی باشد

$D_f \Rightarrow \log_b^a=c \Rightarrow b^c=a \Rightarrow a>0 \;,\; b>0 \;,\; b\neq 1$

Ⅰ $\frac{x+1}{1-x}>0 \rightarrow$ -1، 1: $-\;\;+\;\;-$

$\Rightarrow [-1,1)$ ← دامنه

Ⅱ $\frac{x+1}{1-x}\neq 1 \Rightarrow x+1\neq 1-x$

$\rightarrow x\neq 0$

$R_f \Rightarrow yx^2+yb=ax^2-1 \Rightarrow x^2=\dfrac{-yb-1}{y-a} \Rightarrow x=\pm\sqrt{\dfrac{yb+1}{a-y}}$

$\Rightarrow \dfrac{-yb-1}{y-a}\geq 0 \rightarrow$ $-\frac{1}{b}$، a: $-\;\;+\;\;-$ $\rightarrow$ ۲ حالت داریم

حالت ۱ $\Rightarrow a=1 \;,\; b=-1 \Rightarrow y=\dfrac{x^2-1}{x^2-1} \rightarrow y=0$ جزء برداشت پس غیرقابل قبول

$a=1 \;\; b=1 \rightarrow a+b=2$

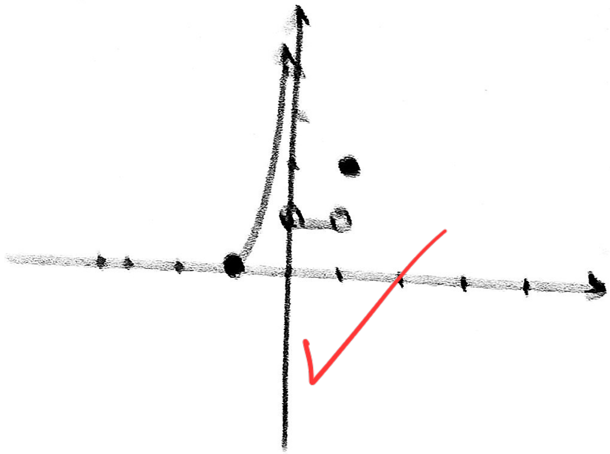
اشتراک $\cap$ $\quad [-1,1)-\{0\}$

حالت ۲ $\Rightarrow a=-1 \;,\; b=1 \Rightarrow y=\dfrac{-x^2-1}{x^2-1} \rightarrow$ قابل قبول $\rightarrow a+b=\boxed{-1+1=0}$

سوال ۵

$y = \frac{[x]}{x} + \frac{|x|}{x}$ $\xrightarrow{(-1,1]}$ $x \in (-1,0) \Rightarrow y = -\frac{1}{x} - 1$

$x \in (0,1) \Rightarrow y = 0 + 1 = 1$ / $x \in \{1\} \Rightarrow y = 2$

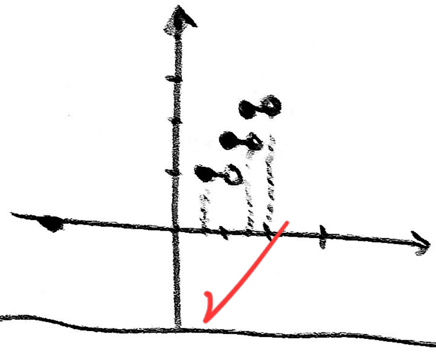


۲

سوال ۶

$y = [x] + [x + \frac{1}{2}]$ $\xrightarrow{[\frac{1}{2}, 2)}$ $x \in [\frac{1}{2}, 1) \to 0 + 1 = 1$

$x \in [1, \frac{3}{2}) \to 1 + 1 = 2 \Rightarrow x \in [\frac{3}{2}, 2) \to 1 + 2 = 3$



۳ پاره خط

۲

سوال ۷

$\left|\frac{x+1}{ax+3}\right| < 1 \to (b, +\infty)$, $a - b = ?$

$\left|\frac{b+1}{ab+3}\right| = 1 \Rightarrow \text{(I)}\ \frac{b+1}{ab+3} = 1$ $\Leftarrow$ چون سر بازه ها به ازای $x=b$ است

$\to b + 1 = ab + 3$

$\Rightarrow b(1-a) = 2$, $\text{(II)}\ \frac{b+1}{ab+3} = -1 \Rightarrow b + 1 = -ab - 3$

۰/۵

$b(a+1) = -4$

$\Rightarrow b = \frac{-4}{a+1} = \frac{2}{1-a} \Rightarrow 4a - 4 = 2a + 2 \to 2a = 6 \Rightarrow a = 3$

$b = \frac{-4}{4} = -1 \Rightarrow a - b = 3 - (-1) = 4$

۴

$a = 1$

$b = -2$

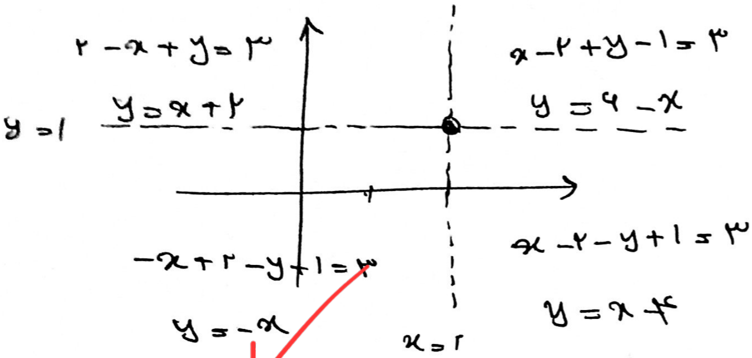
$a - b = 3$

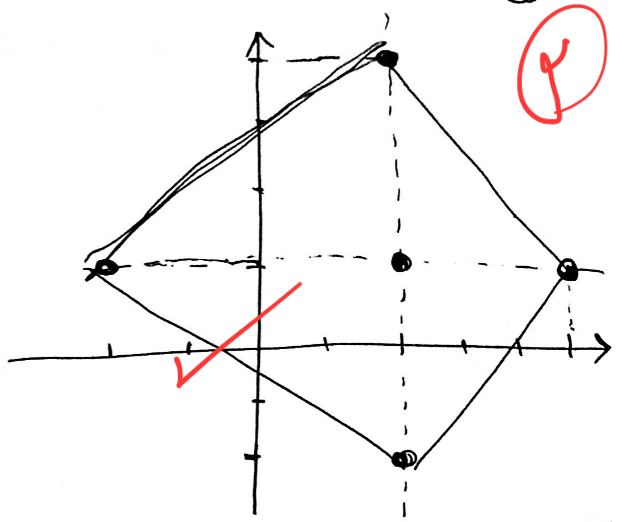
پریا صنم

سوال ۸

۴

$$|x-۲| + |y-۱| = ۳$$

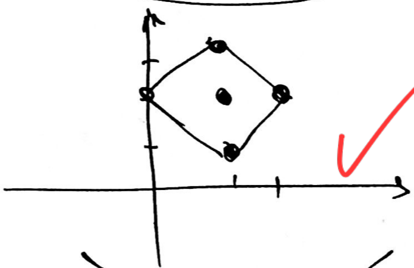




۹

الف) $|x-۱| + |y-۲| = ۱$

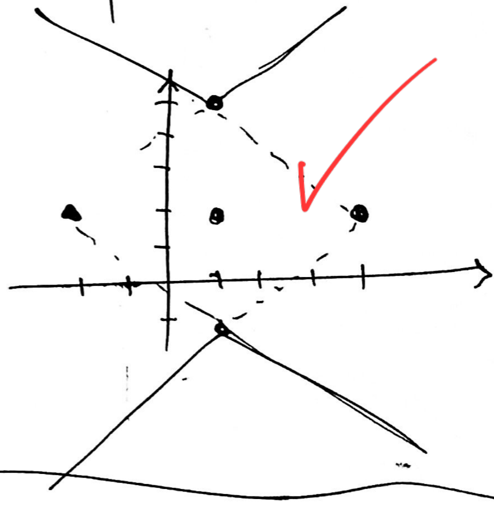
مرکز $\left|\begin{smallmatrix}۱\\۲\end{smallmatrix}\right.$



ب) $|x-۱| - |y-۲| = -۳$

مرکز $\left|\begin{smallmatrix}۱\\۲\end{smallmatrix}\right.$

$\to |y-۲| - |x-۱| = ۳$



۴

۱۰

۱

$$y = ۳x + |ax+b| \xrightarrow{R_f} IR$$

$-\frac{b}{a}$

$(۳-a)x - b \quad | \quad (۳+a)x + b$

برای آنکه برد IR شود ← شیب‌ها باید هم علامت باشند ← $m_1 m_2 > ۰$

برای اینکه R_f برابر IR شود باید ۲ شیب خط معادله‌ها مثبت و منفی باشند

$(۳-a)(۳+a) < ۰$

$- \quad -۳ \quad + \quad ۳ \quad -$ $\to (-\infty, -۳) \cup (۳, +\infty)$

$-۳ < a < ۳$

±۳ نمی‌تواند باشد نمودار ثابت می‌شود!