

$$الف) y = \left(x - 2 \left[\frac{x}{2} \right] \right)^2 = \left(2 \left(\frac{x}{2} - \left[\frac{x}{2} \right] \right) \right)^2$$

$$\frac{x}{2} - \left[\frac{x}{2} \right] \in [0, 1) \rightarrow 2 \left(\frac{x}{2} - \left[\frac{x}{2} \right] \right) \in [0, 2)$$

$$\rightarrow \left(2 \left(\frac{x}{2} - \left[\frac{x}{2} \right] \right) \right)^2 \in [0, 4) \rightarrow R_f = [0, 4)$$

$$ب) -\sin x + \log y - f = 0 \rightarrow \log y = \sin x + f \rightarrow y = 10^{\sin x + f}$$

$$\rightarrow -1 \leq \sin x \leq 1 \xrightarrow{+f} 3 \leq \sin x \leq 5 \rightarrow 10^3 \leq y \leq 10^5 \quad R_f = [10^3, 10^5]$$

$$f(x) = \sqrt{\frac{x^2 - f}{x^2 - 9}} f' \rightarrow \frac{aQ + b}{cQ + d} \rightarrow Q = \max = \frac{\infty - f}{\infty - 9} = \frac{\infty}{\infty} = 1$$

تابع صورت

اعداد را در مقامی گیریم (بسیار کوچک)

$$Q = \min = 0 \quad \frac{0 - f}{0 - 9} = \frac{f}{9}$$

②

$$R_{f'} = (-\infty, \frac{f}{9}] \cup (1, +\infty) \Rightarrow R_f = \left[0, \frac{2}{3} \right] \cup (1, +\infty)$$

a+b+c = \frac{5}{3}

$$الف) f(x) = x + \frac{1}{x} + 2\sqrt{x + \frac{1}{x}} + 1 - 1$$

$$\left(\sqrt{x + \frac{1}{x}} + 1 \right)^2 - 1 \rightarrow x + \frac{1}{x} \geq 2 \text{ یا } x + \frac{1}{x} \leq -2$$

عقاق زیر در زیر را می رود
و باید منفی باشد

$$x + \frac{1}{x} \geq 2 \rightarrow \sqrt{x + \frac{1}{x}} \geq \sqrt{2} \rightarrow \left(\sqrt{x + \frac{1}{x}} + 1 \right)^2 - 1 \geq (\sqrt{2} + 1)^2 - 1$$

$$R_f = [2 + \sqrt{2} + 2\sqrt{2} - 1, +\infty) = [2 + 2\sqrt{2}, +\infty)$$

③

$$ب) y = (3 - \sin x)(1 + \sin x) = -(\sin^2 x - 2\sin x - 3)$$

$$\left. \begin{array}{l} \xrightarrow{\min} - (1 + 2 - 3) = 0 \\ \sin x = -1 \\ \xrightarrow{\max} - (1 - 2 - 3) = 4 \\ \sin x = 1 \\ -\frac{b}{2a} = \frac{2}{2} = 1 \end{array} \right\} R_f = [0, 4]$$

$f(x) = -\frac{1}{3}x + 10 \xrightarrow{x=1} \frac{29}{3} \dots \frac{21}{3} \xrightarrow{x=9} \frac{21}{3}$ دنباله حسابی با قدر نسبت $-\frac{1}{3}$

$S_n = (a_1 + a_n) \frac{n}{2} = \left(\frac{21+29}{2} \right) \frac{9}{2} = 3 \times 25 = 75$

$f(x) = \sqrt{ax^2 + bx + c} \quad D_f = [2, +\infty) \quad f(3) = 1$

با توجه به رابطه ی همبستگی تابع زیر را می توان درجه ۲ بنویسد

$(a=0)$ چون بعد از این ریشه تعریف می شود

$\sqrt{bx+c} \xrightarrow{\text{باوجه به ریشه}} bx+c=0$

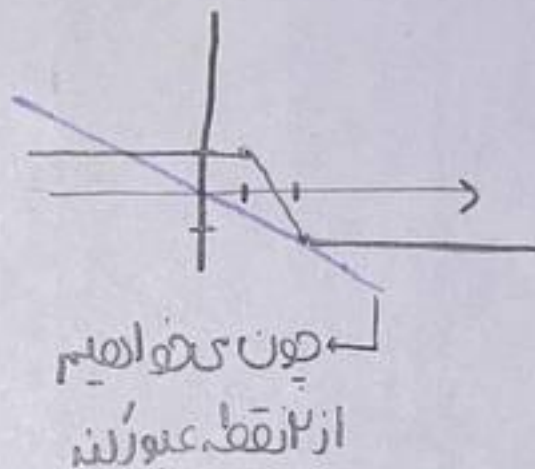
$\xrightarrow{(3,1)} bx+c=1$

$b=1 \quad c=-2$

$g(x) = \sqrt{x^2 + 1} \quad R_{f'} = [1, +\infty) \rightarrow R_f = [2, +\infty)$

$|x-2| - |x-1| = Kx$ تابع شیباری می باشد

خطی که از مبدأ مختصات عبور کند



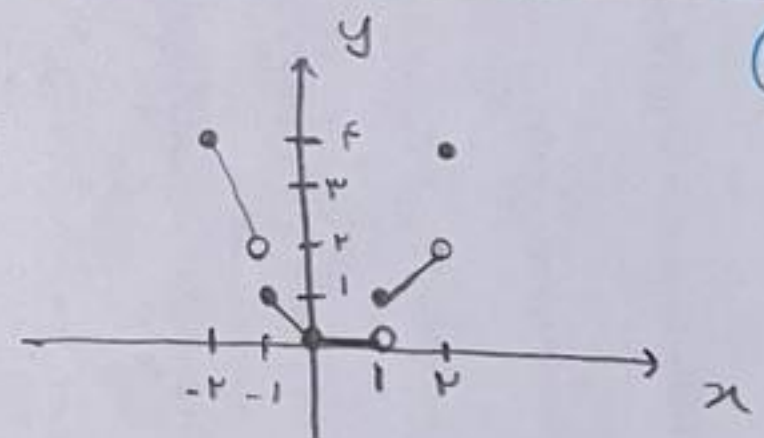
$y = Kx \xrightarrow{(2, -1)} 2K = -1$

$K = -\frac{1}{2}$

الف) $x[x]$

$-2 \leq x < -1 \rightarrow -2x$
 $-1 \leq x < 0 \rightarrow -x$
 $0 \leq x < 1 \rightarrow 0$

$1 \leq x < 2 \rightarrow x$
 $x=2 \rightarrow f=y$

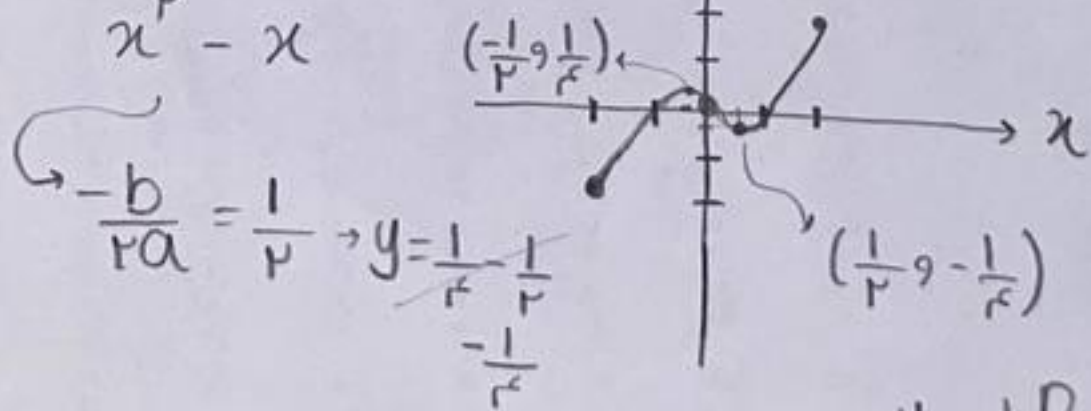


$R_f = [0, 2) \cup (2, 4]$ در این بازه

ب) $x|x| - x$

$\begin{cases} -2 \leq x < 0 & -x^2 - x \\ 0 \leq x < 2 & x^2 - x \end{cases}$

$\frac{-b}{2a} = -\frac{1}{2} \rightarrow y = -\frac{1}{4} + \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$



$R_f = [-2, 2]$ این بازه

$$y = \frac{1}{x} + \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x^2+x} \rightarrow \frac{x+1+x+1}{x^2+x} = \frac{v(x+1)}{x^2+x} = \frac{v}{x} \quad \begin{matrix} f' \\ \text{تابع مشتق} \end{matrix} \rightarrow \mathbb{R} - \{0\} \quad \textcircled{\wedge}$$

$a+b = -v$

$x \neq -1 \quad \xrightarrow{x=-1} \frac{v}{-1} = -v$

$\rightarrow R_f = \mathbb{R} - \left\{ \begin{matrix} -v & 0 \\ a & b \end{matrix} \right\}$

$$f(x) = \frac{x - \sqrt{x} + 3}{x - 2\sqrt{x} + 1} = \frac{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}-3)}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}-1)} = \frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}-1} \quad \begin{matrix} \sqrt{x} = \infty : \max \\ \sqrt{x} = 0 : \min \end{matrix} \quad \textcircled{9}$$

$\frac{\infty-3}{\infty-1} = 1$

$\frac{0-3}{0-1} = 3$

چون مخرج صفر
گشتو)
طرف ایلا برست
آره

$$\rightarrow R_f = (-\infty, 1) \cup [3, +\infty)$$

$$f(x) = \frac{x^3 + 2x^2 - x - 2}{x^2 - 1} = \frac{x^2(x^2 - 1) + 2(x^2 - 1)}{x^2 - 1}$$

$$= \frac{(x^2 - 1)(x + 2)}{x^2 - 1} = x + 2 \quad \begin{matrix} x=1 \rightarrow 3 \\ x=-1 \rightarrow 1 \end{matrix} \quad R_f = \mathbb{R} - \{3, 1\}$$

$$\textcircled{3+1=4}$$