Page : ( )   SUBJECT   Year: Month: Day:

① الف) $\left(x-2\left[\frac{x}{2}\right]\right)^2 \xrightarrow{R_f} \left(2\left(\frac{x}{2}-\left[\frac{x}{2}\right]\right)\right)^2 \quad \bigcirc-[\bigcirc]\in[0,1)$

$0\leq \frac{x}{2}-\left[\frac{x}{2}\right]<1 \xrightarrow{\times 2} 0\leq 2\left(\frac{x}{2}-\left[\frac{x}{2}\right]\right)<2 \xrightarrow{\text{به توان ۲}} 0\leq y<4$

$\rightarrow R_f=[0,4) \rightarrow$ ۲.

ب) $-\sin x+\log y-4=0 \xrightarrow{R_f} \log y=\sin x+4$

$\xrightarrow{-1\leq \sin x\leq 1} 3\leq \sin x+4\leq 5 \rightarrow 3\leq \log y\leq 5$

Ⅰ $10^3\leq y\leq 10^5$ و Ⅱ $y>0 \xrightarrow{\cap} R_f=[10^3,10^5] \rightarrow$ ۲.

---

② $f(x)=\sqrt{\frac{x^2-4}{x^2-9}} \xrightarrow{R_f} [a,b]\cup(c,+\infty)$, $a+b+c=?$

$y=\sqrt{\frac{x^2-4}{x^2-9}} \rightarrow y^2=\frac{x^2-4}{x^2-9} \rightarrow y^2x^2-9y^2=x^2-4$

$\rightarrow y^2x^2-x^2=9y^2-4 \Rightarrow x^2(y^2-1)=9y^2-4 \Rightarrow x^2=\frac{9y^2-4}{y^2-1}$

$\Rightarrow x=\sqrt{\frac{9y^2-4}{y^2-1}}$ $\xrightarrow{\text{زیر رادیکال ≥ ۰}}$ Ⅰ $\frac{9y^2-4}{y^2-1}\geq 0 \xrightarrow{\text{تعیین علامت}}$ $-1 \quad -\frac{2}{3} \quad \frac{2}{3} \quad 1$: $+ \; - \; + \; - \; +$

Ⅱ $y\geq 0 \xrightarrow{\text{Ⅰ}\cap\text{Ⅱ}} [0,\frac{2}{3}]\cup(1,+\infty)$ ($a=0$, $b=\frac{2}{3}$, $c=1$)

$\Rightarrow a+b+c=\frac{5}{3} \rightarrow$ ۲.

---

③ الف) $f(x)=x+\frac{1}{x}+2\sqrt{x+\frac{1}{x}} \xrightarrow{R_f} y=x+\frac{1}{x}+2\sqrt{x+\frac{1}{x}}+1-1$

$\rightarrow y=\left(\sqrt{x+\frac{1}{x}}+1\right)^2-1$ $\quad x+\frac{1}{x}\in(-\infty,-2]\cup[2,+\infty)$ (زیر رادیکال ≥ ۰) $\rightarrow x+\frac{1}{x}\in[2,+\infty)$ می‌باشد

$\rightarrow \sqrt{2}\leq\sqrt{x+\frac{1}{x}} \xrightarrow{+1} \sqrt{2}+1\leq\sqrt{x+\frac{1}{x}}+1 \xrightarrow{\text{به توان ۲}} 3+2\sqrt{2}\leq\left(\sqrt{x+\frac{1}{x}}+1\right)^2$

$\xrightarrow{-1} 2+2\sqrt{2}\leq\left(\sqrt{x+\frac{1}{x}}+1\right)^2-1 \Rightarrow R_f=[2+2\sqrt{2},+\infty)$ → ۲.

$\sin x \in [-1,1]$

ب) $y=(3-\sin x)(1+\sin x) \xrightarrow{R_f} y=-\sin^2 x+2\sin x+3$

$\to \min \sin x \to \sin x=-1 \to y=0$
$\to \max \sin x \to \sin x=1 \to y=4$
$\to \frac{-b}{2a}=\frac{-2}{-2}=1$ ✓ $\to \sin x=1 \to y=4$

$\Rightarrow R_f=[0,4]$

---

④ $f(x)=-\frac{1}{3}x+10 \to D_f=\mathbb{N}$ (یک رقمی) , R_f (جمع) $=?$

$-\frac{1}{3}x_1+10-\frac{1}{3}x_2+10-\frac{1}{3}x_3+10+\cdots-\frac{1}{3}x_9+10=$

$-\frac{1}{3}(x_1+x_2+\cdots+x_9)+(10\times 9) \Rightarrow -\frac{1}{3}\left(\frac{(1+9)\times 9}{2}\right)+90$

$-\frac{1}{3}(45)+90=-15+90=75 \to$ ۱.

---

⑤ $f(x)=\sqrt{ax^2+bx+c} \to D_f=[2,+\infty)$, $f(3)=1$

$g(x)=\sqrt{bx^2+ax-2c}$

$0 \le$ زیر رادیکال $\to ax^2+bx+c \ge 0 \to x \ge 2 \to$ باید معادله درجه یک باشد.

$\to a=0 \Rightarrow bx+c \ge 0 \to x \ge -\frac{c}{b} \to -\frac{c}{b}=2$, $c=-2b$

$f(3)=\sqrt{b(3)-2b}=\sqrt{b}=1 \to b=1$, $c=-2$

$g(x)=\sqrt{x^2+4} \Rightarrow y^2=x^2+4 \to y^2-4=x^2 \to x=\pm\sqrt{y^2-4}$

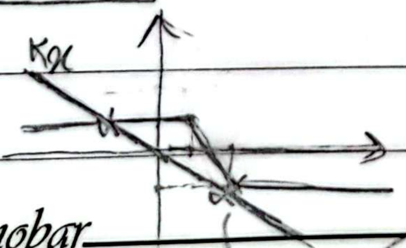
زیر رادیکال $\to y^2 \ge 4 \to$ (I) $y \ge 2 \cup y \le -2$ و (II) $y \ge 0$

(I) $\cap$ (II) $=[2,+\infty)=R_f \to$ ۱.

---

⑥ $|x-2|-|x-1|=kx \to$ ۲ جواب

شکل



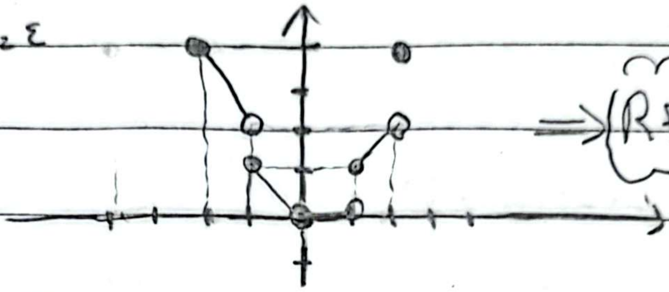
$\Rightarrow y=kx \xrightarrow{(2,-1)} -1=2k \to k=-\frac{1}{2}$ → ۴

باید این نقطه را قطع کند!

(۷) الف) $y=x[x]$ $\xrightarrow{[-2,2]}$ $x\in[-2,-1)\Rightarrow y=-2x$

$x\in[-1,0)\Rightarrow y=-x$ / $x\in[0,1)\Rightarrow y=0$ / $x\in[1,2)\Rightarrow y=x$

$x\in\{2\}\Rightarrow y=4$



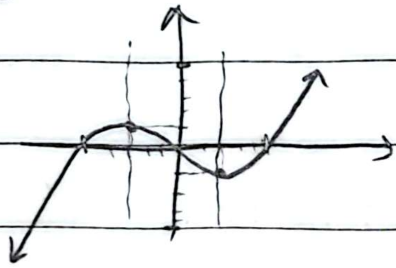
$\Longrightarrow R_f=[0,4]-\{2\}$ ← ۲

ب) $y=x|x|-x$ $\xrightarrow{[-2,2]}$

$-x^2-x$	x^2-x
$\frac{-b}{2a}=-\frac{1}{2}$	$\frac{-b}{2a}=\frac{1}{2}$
$y=\frac{1}{4}$	$y=-\frac{1}{4}$

$x=2\to y=2$ ، $x=-2\to y=-2$

$\Downarrow$ $R_f=[-2,2]$



---

(۸) $y=\frac{1}{x}+\frac{1}{x+1}+\frac{1}{x^2+x}\to R_f=R-\{a,b\}\to a+b=?$

$\Rightarrow y=\frac{x+x+1+1}{x^2+x}=\frac{2x+2}{x^2+x}=\frac{2(x+1)}{x(x+1)}\xrightarrow{x\neq-1}\frac{2}{x}=y$

برعکس! اگر $x=-1\longrightarrow\frac{2}{-1}=-2$ ، مجانب افقی $=\frac{0}{x}=0\to a=-2,b=0$

$\to a+b=-2+0=-2$ ← گ۱

---

(۹) $f(x)=\frac{x-4\sqrt{x}+3}{x-2\sqrt{x}+1}\xrightarrow{R_f}y=\frac{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}-1)}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}-1)}\xrightarrow[x\neq1]{\text{اگر}}$

$y=\frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}-1}\Rightarrow y\sqrt{x}-y=\sqrt{x}-3$

$\Rightarrow y\sqrt{x}-\sqrt{x}=y-3\to\sqrt{x}=\frac{y-3}{y-1}\Longrightarrow\frac{y-3}{y-1}\geq0\to$ (جدول تعیین علامت: ۱، ۳ : $+\ -\ +$)

$\Longrightarrow R_f=(-\infty,1)\cup[3,+\infty)\to$ ۲

SUBJECT:

Year: Month: Day:

Page : ( )

$f(x) = \frac{x^3+2x^2-x-2}{x^2-1}$ $Rf \rightarrow$

$x^3+2x^2-x-2 \mid x^2-1$

$-x^3+x$

$2x^2-2$

$x+2$ (12)

$\Rightarrow y = \frac{(x^2-1)(x+2)}{(x^2-1)}$ $x \neq \pm 1$ $\rightarrow y = x+2$

$\rightarrow x=1 \rightarrow y=3$

$\rightarrow x=-1 \rightarrow y=+1$

$Rf = \mathbb{R} - \{2, +1\} \Rightarrow +2+1 = (3) \rightarrow 2.$