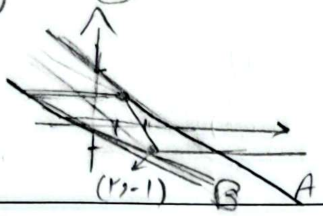
نام و نام خانوادگی ......صبا ...... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ۲ ...... کلاس ...دوازدهم ریاضی A......

سؤال	پاسخ
۱	الف) $f(x) = \left(x - 2\left[\frac{x}{2}\right]\right)^2 \xrightarrow{\text{به توان ۲}} \left(\left(\frac{x}{2} - \left[\frac{x}{2}\right]\right) \times 2\right)^2$ ، $t = \frac{x}{2} - \left[\frac{x}{2}\right]$ $R_t = [0, 1) \xrightarrow{(t \times 2)^2} ([0, 2))^2 \rightarrow R_f = [0, 4)$ ب) $-\sin x + \log y - 4 = 0 \rightarrow \log y = \sin x + 4$ $10^{\sin x + 4} = y \xrightarrow{-1 \le \sin x \le 1} 10^3 \le y \le 10^5 \rightarrow R = [10^3, 10^5]$
۲	$f(x) = \sqrt{\frac{x^2 - 4}{x^2 - 9}}$ R زیر رادیکال $\Rightarrow \frac{x^2-4}{x^2-9} = y \rightarrow -\frac{-9y + 4}{y - 1} = x^2 \rightarrow x^2 = \frac{9y - 4}{y - 1}$ $x = \sqrt{\frac{9y-4}{y-1}}$ ، $9y - 4 = 0 \rightarrow y = \frac{4}{9}$ ، $y - 1 = 0$ ، $y = 1$ R زیر رادیکال $\rightarrow (-\infty, \frac{4}{9}] \cup (1, +\infty)$ $D_f \Rightarrow$ جدول تعیین علامت: $-3, -2, 2, 3$: $+ \mid - \mid + \mid - \mid +$ جدول: $\frac{4}{9}, 1$: $+ \mid - \mid +$ $R_f = \sqrt{R_{\text{زیر رادیکال}}} \Rightarrow [0, \frac{2}{3}] \cup (1, +\infty)$ $[a, b] \cup (c, +\infty)$ ، $a = 0$ ، $b = \frac{2}{3}$ ، $c = 1$ $a + b + c = 0 + \frac{2}{3} + 1 = \frac{5}{3}$
۳	$f(x) = x + \frac{1}{x} + 2\sqrt{x + \frac{1}{x}}$ ، $m = x + \frac{1}{x}$ ، $d = \sqrt{x + \frac{1}{x}}$ $x + \frac{1}{x} \rightarrow$ زیر رادیکال قرار گرفته پس $\oplus$ است $x + \frac{1}{x} \mid x > 0 \rightarrow [2, +\infty)$ ، $R_m = [2, +\infty)$ ، $R_d = [\sqrt{2}, +\infty)$ $R_f \Rightarrow R_m + R_d \rightarrow [2(1 + \sqrt{2}), +\infty)$ $y = (3 - \sin x)(1 + \sin x) \xrightarrow{-1 \le \sin x \le 1}$ $\sin x = 1$: $(3 - 1)(1 + 1) = 4$ $\sin x = -1$: $(3 + 1)(0) = 0$ $\sin x = \frac{-b}{2a}$: $\frac{-2}{-2} = 1$ (نمودار نزولی) $\rightarrow R \Rightarrow [0, 4]$ $y = -\sin^2 x + 2\sin x + 3$
۴	$D_f = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ مجموع اعضای برد $\Rightarrow -\frac{1}{3}(1 + 2 + 3 + \dots + 9) + 9 \times 10 \rightarrow \frac{-45}{3} + 90 = 75$ مجموع اعداد متوالی $\Rightarrow \frac{n(n+1)}{2} \rightarrow \frac{9 \times 10}{2} = 45$
۵	$f(x) = \sqrt{ax^2 + bx + c}$ $\xrightarrow{\text{جدول تعیین علامت تابع}}$ $- \mid + $ (ریشه ۲) $\rightarrow a = 0$ $f(x) = \sqrt{bx + c}$ $\Rightarrow f(3) = 1 \rightarrow \sqrt{3b + c} = 1$ $3b + c = 1$ ☆ $\xrightarrow{b=1} 3 + c = 1$ ، $c = -2$ ریشه زیر رادیکال: $f(2) = 0 \rightarrow \sqrt{2b + c} = 0$ $2b + c = 0$ ☆☆ $\xrightarrow{☆, ☆☆} 3b + c - 2b - c = 1$ ، $b = 1$ $x = 0 \rightarrow \sqrt{c}$ چون تعریف نشده $c < 0$ $g(x) = \sqrt{x^2 + 4}$ ، $t = x^2 + 4$ $R_t \Rightarrow [4, +\infty)$ $R_g = \sqrt{R_t} \rightarrow [2, +\infty)$

۶

$$\big||x-2|-|x-1|\big| = kx$$

	1		2	
$2-x+x-1$		$2-x-x+1$ $-2x+3$		$x-2-x+1$
(1)				(-1)



چون مرز امتداد دارد → A جواب است

B و A ... می‌شود

$$kx \xrightarrow{(2,-1)} 2k=-1$$

$$k = -\frac{1}{2}$$

۷

الف) $y = x[x]$

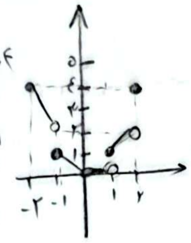
$-2 \le x < -1 \rightarrow [x] = -2 \;(-2x)$: $x=-2 \rightarrow 4$ ، $x=-1 \rightarrow 2$

$-1 \le x < 0 \rightarrow [x] = -1 \;(-x)$: $x=-1 \rightarrow 1$ ، $x=0 \rightarrow 0$

$0 \le x < 1 \rightarrow [x] = 0 \;(0)$: $x=0 \rightarrow 0$ ، $x=1 \rightarrow 0$

$1 \le x < 2 \rightarrow [x] = 1 \;(x)$: $x=1 \rightarrow 1$ ، $x=2 \rightarrow 2$

$x = 2 \rightarrow y = 4$



$R = [0,4] - \{2\}$

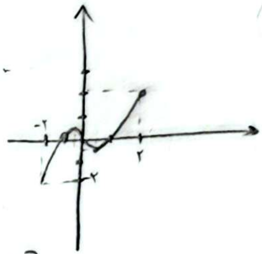
ب) $y = x|x| - x$

$x<0 \rightarrow -x^2-x$

$ext \left| \frac{-b}{2a} = -\frac{1}{2} \right.$ ، $x=-2 \rightarrow -4+2=-2$ ، $x=0 \rightarrow 0$

$x>0 \rightarrow x^2-x$

$ext \left| \frac{-b}{2a} = \frac{1}{2},\ -\frac{1}{4} \right.$ ، $x=1 \rightarrow 0$ ، $x=2 \rightarrow 2$



$R = [-2,2]$

۸

$$y = \frac{1}{x} + \frac{1}{x+1} + \frac{1}{\underbrace{x^2+x}_{x(1+x)}} \xrightarrow{x \neq -1,0} \frac{x+1+x+1}{x(x+1)} = \frac{2x+2}{x(x+1)}$$

$$y = \frac{2(x+1)}{x(x+1)} \rightarrow y = \frac{2}{x} \xrightarrow{\text{حالا x را برحسب y می‌نویسیم}} x = \frac{2}{y} \rightarrow y \neq 0$$

برای $x \neq -1$ داریم: $-1 \neq \frac{2}{y} \rightarrow y \neq -2$

$$a+b = 0-2 = -2$$

۹

$$f(x) = \frac{x-4\sqrt{x}+3}{x-2\sqrt{x}+1} \longrightarrow y = \frac{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}-1)}{(\sqrt{x}-1)^2} = \frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}-1}$$

$$\rightarrow y = \frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}-1} \Rightarrow y\sqrt{x} - y = \sqrt{x} - 3 \rightarrow y\sqrt{x} - \sqrt{x} = y-3$$

$$\Rightarrow \sqrt{x}(y-1) = y-3 \Rightarrow \sqrt{x} = \frac{y-3}{y-1} \rightarrow \frac{y-3}{y-1} \geq 0$$

	1		3	
+		−		+

$$R_f = (-\infty, 1) \cup [3, +\infty)$$

۱۰

$$f(x) = \frac{x^3+2x^2-x-2}{x^2-1} \Rightarrow \frac{x(x^2-1)+2(x^2-1)}{x^2-1} = \frac{(x^2-1)(x+2)}{x^2-1} \Rightarrow x+2$$

$$D_f \Rightarrow R - \{\pm 1\}$$

$$R_f = R - \{\underbrace{+1+2}_{3}, \underbrace{-1+2}_{1}\}$$

$$1+3 = 4$$