دوازدهم تجربی A — تکلیف ۳ — گلین نکویی

۱- الف) $y = (x - 2[\frac{x}{2}])^2 \rightarrow y = (2(\frac{x}{2} - [\frac{x}{2}]))^2$; $0 \le \frac{x}{2} < 1$

$* \quad 0 \le t - [t] < 1$

$0 \le y < 4 \longrightarrow y = [0, 4)$

ب) $-\sin x + \log y - 4 = 0 \Rightarrow \log y = 4 + \sin x$

$-1 \le \sin x \le 1$

$+3 \le 4 + \sin x \le 5$

$+3 \le \log y \le 5$

$10^{+3} \le y \le 10^5$

۲- $f(x) = \sqrt{\frac{x^2-4}{x^2-9}}$ زیر رادیکال نامنفی

دامنه:

$x^2 - 4 = 0 \rightarrow x = \pm 2$

$x^2 - 9 = 0 \rightarrow x = \pm 3$

$-3 \quad -2 \quad 2 \quad 3$: $+ \quad - \quad + \quad - \quad +$ (تن، ϕ، ϕ، تن)

Min $\rightarrow 0 \rightarrow \sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{2}{3}$

Max $\rightarrow \sqrt{\frac{\infty}{\infty}} = 1$

$[0, \frac{2}{3}) \cup (1, +\infty)$ را

چون مخرج صفر می‌شود خارج بازه را می‌گیریم

$y^2 = \frac{x^2-4}{x^2-9} \Rightarrow yx^2 - 9y^2 = x^2 - 4 \rightarrow x^2(y^2-1) = 9y^2 - 4 \rightarrow x^2 = \frac{9y^2-4}{y^2-1}$

$x = \pm\sqrt{\frac{9y^2-4}{y^2-1}}$

$9y^2 = 4 \rightarrow y = \pm\frac{2}{3}$

$y = \pm 1$

$-1 \quad -\frac{2}{3} \quad \frac{2}{3} \quad 1$: $+ \quad - \quad + \quad - \quad +$ (تن، ϕ، ϕ، تن)

$\rightarrow R_f = [0, \frac{2}{3}) \cup (1, +\infty)$; a b c

$c + a + b = \frac{5}{3}$

۳- الف) $x + \frac{1}{x} + 2\sqrt{x + \frac{1}{x}}$ (t^2 , t)

داریم: $x + \frac{1}{x} \ge 2 \xrightarrow{x>0}$

$x + \frac{1}{x} \le -2 \xrightarrow{x<0}$

باید مثبت باشد $x + \frac{1}{x}$ زیر رادیکال زوج است پس باید نامنفی باشد.

$t^2 + 2t \xrightarrow{\min} 2 + 2\sqrt{2}$

$\sqrt{x + \frac{1}{x}} = t$

$t \ge \sqrt{2}$

$R_f = [2 + 2\sqrt{2}, +\infty)$

ب) $y = (3 - \sin x)(1 + \sin x) = -\sin^2 x + 2\sin x + 3$

$\rightarrow \sin x = 1 \quad -1 + 2(1) + 3 = 4$

$\rightarrow \sin x = -1 \quad -1 + 2(-1) + 3 = 0$

$\rightarrow \frac{-b}{2a} = \frac{-2}{-2} = 1 \rightarrow 4$

$[0, 4]$

۴- $f(x) = -\frac{1}{2}x + 1 \rightarrow \{x \in N \mid 1 \le x \le 9\} \rightarrow -\frac{1}{2}(1) + 10$

$\rightarrow -\frac{1}{2}(2) + 1$

$\rightarrow$

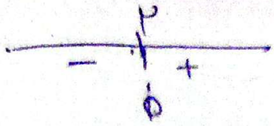
$\vdots$

$-\frac{1}{2}(9) + 10$

$-\frac{1}{2}(1 + \dots + 9) + 90 = 75$; (45)

۵-

$f(x)=\sqrt{ax^2+bx+c}$



[illegible] $\longrightarrow$ $ax^2+bx+c>0$ $\longrightarrow a=0$ یک ریشه دارد $\xrightarrow{x=2}$ به ازای ۲ صفر می‌شود $b(2)+c=0 \longrightarrow 2b+c=0$

$\longrightarrow f(3)=1 \longrightarrow 3b+c=1$

$b=1 \rightarrow c=-2$

$g(x)=\sqrt{x^2+4} \xrightarrow{\text{با دامنه}} \sqrt{[4,+\infty)}=[2,+\infty)$

$x^2+4 \Longrightarrow$ [illegible]

برد $\rightarrow [4,+\infty)$

همیشه مثبت

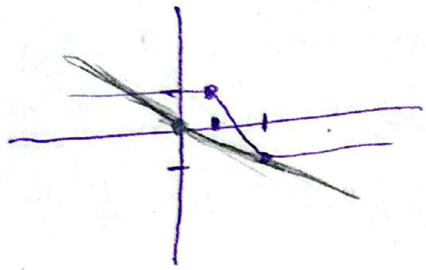
چون $x^2\geq 0$ است

۶- نمودار سمت چپ ساده‌ای است آن را رسم می‌کنیم

$|x-2|-|x-1|=kx$

$x-2=0 \rightarrow x=2$
$y=-1$

$x-1=0 \rightarrow x=1$
$y=1$



$\rightarrow (0,0) \quad (2,-1)$

$y=ax+b \rightarrow a=\frac{0-(-1)}{-2}=-\frac{1}{2}$

$y=-\frac{1}{2}x \rightarrow k=-\frac{1}{2}$

۷-

الف) $y=x[x]$

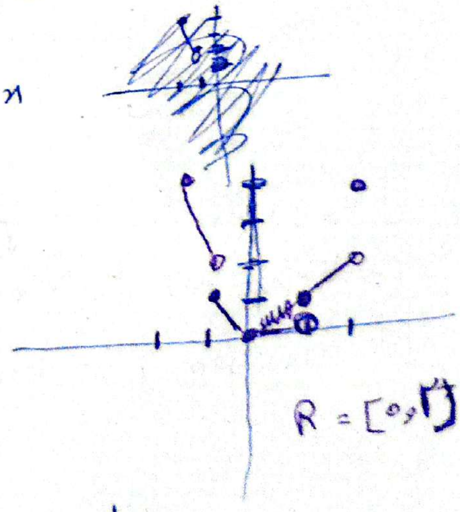
$-2\leq x<-1 \rightarrow [x]=-2 \rightarrow x[x]=-2x$

$-1\leq x<0 \rightarrow [x]=-1 \rightarrow x[x]=-x$

$0\leq x<1 \rightarrow [x]=0 \rightarrow x[x]=0$

$1\leq x<2 \rightarrow [x]=1 \rightarrow x[x]=x$

$x=2 \rightarrow x[x]=2x$

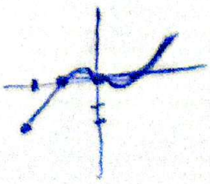


$R=[0,2] \cup (2,4]$

ب) $x|x|-x$ $\xrightarrow{x\geq 0}$ x^2-x

$\xrightarrow{x<0}$ $-x^2-x$

$-x(x+1)$



$R=[-2,2]$

8 -

$$y = \frac{x+1+x+1}{x(x+1)} = \frac{2(x+1)}{x(x+1)} \xrightarrow{x \neq -1, 0} y = \frac{2}{x} \rightarrow \left\{ \frac{2}{-1} = -2 \right.$$

$$\rightarrow y \neq 0 \;,\; y \neq -2 \rightarrow R_f = R - \{0, -2\} \rightarrow a + b = 0 - 2 = -2$$

9 -

$$y = \frac{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}-3)}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}-1)} \xrightarrow{x \neq 1} \frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}-1} = 1 + \left(\frac{-2}{\sqrt{x}-1}\right)$$

$$y\sqrt{x} - y = \sqrt{x} - 3 \rightarrow y\sqrt{x} - \sqrt{x} = y - 3$$

$$\sqrt{x}(y-1) = y - 3 \rightarrow \sqrt{x} = \frac{y-3}{y-1} \Rightarrow \frac{y-3}{y-1} \geq 0$$

باید جواب مثبت باشد

1, 3: $+$ | $-$ | $+$ (ن ق، ص)

$$\rightarrow R_f = (-\infty, 1) \cup [3, +\infty)$$

10 -

$$y = \frac{x^2(x+2) - 1(x+2)}{x^2-1} = \frac{(x^2-1)(x+2)}{x^2-1} \xrightarrow[x \neq -1]{x \neq 1} \left. \begin{array}{l} 1+2=3 \\ -1+2=1 \end{array} \right\} 4$$

می توانیم صورت و مخرج را با هم ساده کنیم به شرطی که دامنه را بگیریم