دوازدهم دختر A ۱۵٫۵ تکلیف ۳ سهیلا موسوی

۱) الف) $y = (x - 2[\frac{x}{2}])^2 = (2(\frac{x}{2} - [\frac{x}{2}]))^2$

$[0,1)$ برد مشتق $\xrightarrow{\times 2} R = [0,2)$ به توان ۲ $R = [0,4)$ ✓

ب) $-\sin x + \log y - 4 = 0 \rightarrow \log y = \sin x + 4 \rightarrow$ محدوده $\log y = [3,5] \rightarrow R = [10^3, 10^5]$

$\sin x \in [-1,1]$ ✓ ②

۲) برد تابع $f(x) = \sqrt{\frac{(x^2-4)}{x^2-9}}$ به صورت $[a,b] \cup (c,+\infty)$ است. $? = a+b+c$

$\max x^2 = +\infty$ — حدود عبارت زیر رادیکال به ازای $+\infty$ — 1

$\min x^2 = 0$ — عبارت زیر رادیکال به ازای صفر — $\frac{4}{9}$

مخرج قابلیت صفرشدن داره → زیر رادیکال $= (-\infty, \frac{4}{9}] \cup (1,+\infty)$

$R_f = [0, \frac{2}{3}] \cup (1,+\infty)$ (a, b, c)

$a+b+c = 0+1+\frac{2}{3} = \frac{5}{3}$ ✓ ②

۳) الف) $f(x) = x + \frac{1}{x} + 2\sqrt{x + \frac{1}{x}}$

برد $= (-\infty,-2] \cup [2,+\infty)$; برد قابل قبول $= [\sqrt{2}, +\infty) \xrightarrow{\times 2} [2\sqrt{2}, +\infty)$

$R_f = (-\infty, -2] \cup [2+2\sqrt{2}, +\infty)$ ✓

$a\square^2 + b\square + c$ ، $\sqrt{x+\frac{1}{x}} = \square$ ، $R_f = [2+2\sqrt{2}, +\infty)$

ب) $y = (3-\sin x)(1+\sin x) = -(\sin x - 3)(\sin x + 1) = -\sin^2 x + 2\sin x + 3 \rightarrow$

$\sin x = -1 \rightarrow y = 0$

$\sin x = 1 \rightarrow y = 4$ $\longrightarrow R = [0,4]$ ✓ ۱٫۵

$\sin x = \frac{-b}{2a} = \frac{-2}{-2} = 1 \rightarrow y = 4$

۴) $f = \{(1,\frac{29}{3}),(2,\frac{28}{3}),(3,9),(4,\frac{26}{3}),(5,\frac{25}{3}),(6,8),(7,\frac{23}{3}),(8,\frac{22}{3}),(9,7)\}$

$\frac{29+28+\dots+21}{3} = \frac{225}{3} = 75$ ✓ ②

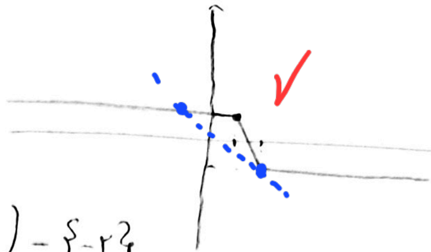
۵) $f(x) = \sqrt{ax^2+bx+c}$ — تعریف شده در $[2,+\infty) \rightarrow a = 0 \rightarrow$ زیر رادیکال خطی است

$\begin{cases} 2b+c=0 \\ 3b+c=1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -2b-c=0 \\ 3b+c=1 \end{cases} \rightarrow b=1 \rightarrow c=-2 \rightarrow g(x) = \sqrt{x^2+4}$

$R_g = [2,+\infty)$ ✓ ②

6)

$y = |x-2| - |x-1|$ ⟶



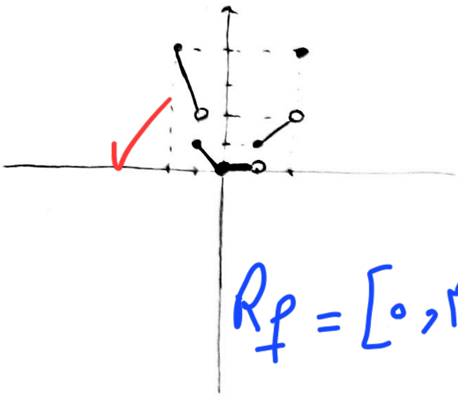
$m = \frac{-2}{1} = -2 \longrightarrow k \in (-\infty, 0) - \{-2\}$

خط $y = kx$ باید از $\left| {2 \atop -1} \right.$ عبور کند ← $k = -\frac{1}{2}$

(1)

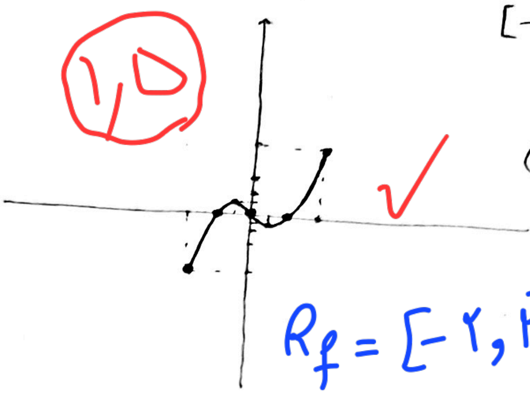
7)

الف) $y = x[x]$ ⟶
$[-2,-1) : -2x$
$[-1,0) : -x$
$[0,1) : 0$
$[1,2) : x$
$\{2\} : 4$



$R_f = [0,4] - \{2\}$

ب) $x|x| - x$
$[-2,0) : -x^2 - x$
$\{0\} : 0$
$(0,2] : x^2 - x$



$R_f = [-2,2]$

(1,5)

8)

$y = \frac{1}{x} + \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x^2+x} = \frac{2x+2}{x^2+x} = \frac{2(x+1)}{x(x+1)} = \frac{2}{x}$

$x(x+1)$: 0, -1

$D_f = \mathbb{R} - \{0,-1\}$ ⟶ $0 - 1 = -1$

$R - \{0\} = \frac{2}{x} \neq 2$

$R_f = \mathbb{R} - \{-2, 0\}$

$a + b = -2$

(1)

9)

$f(x) = \frac{x - 4\sqrt{x} + 3}{x - 2\sqrt{x} + 1} \to y = \frac{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}-3)}{(\sqrt{x}-1)^2} \to y = \frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}-1} \to$

$y\sqrt{x} - y = \sqrt{x} - 3 \to (1-y)\sqrt{x} = 3 - y \to \sqrt{x} = \frac{y-3}{y-1} \to \frac{y-3}{y-1} \geq 0$

$\sqrt{x} \neq 1$, $\sqrt{x} \geq 0$

	1		3	
+		−		+

$R_f = (-\infty, 1) \cup [3, +\infty) = \mathbb{R} - [1,3)$

(2)

10)

$f(x) = \frac{x^3 + 2x^2 - x - 2}{x^2 - 1} = \frac{(x-1)(x+1)(x+2)}{(x+1)(x-1)}$ ⟶

-1, 1

$D_f = \mathbb{R} - \{-1, 1\}$ ⟶ $-1 + 1 = 0$

$R_f = \mathbb{R} - \{1, 3\}$ $\quad 1 + 3 = 4$

(0,5)