نام و نام خانوادگی ...... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ۴ کلاس ......

۱

الف) $y = (2(\frac{x}{2} - [\frac{x}{2}]))^2 = 4(\underbrace{\frac{x}{2} - [\frac{x}{2}]}_{[0,1)})^2 \longrightarrow [0,4) = R_f$

ب) $\log y = \sin x + 4 \Rightarrow 10^{\sin x + 4} = y$

$\xrightarrow{\min \sin x = -1} y = 10^3$

$\xrightarrow{\max \sin x = 1} y = 10^5$

$\Rightarrow R_f = [10^3, 10^5]$

۲

$f(x) = \sqrt{\underbrace{\frac{x^2-4}{x^2-9}}_{y}}$

- در سر x^2: 0 و $+\infty$

$\xrightarrow{x^2 = 0} y = \frac{4}{9}$

$\xrightarrow{x^2 = +\infty} y = 1$

خروج و برگشت / منفی شود: $R_{\text{زیر رادیکال}} = (-\infty, \frac{4}{9}] \cup (1, +\infty) \xrightarrow{\text{رادیکال}} R_f = [\underset{a}{0}, \underset{b}{\frac{2}{3}}] \cup (\underset{c}{1}, +\infty)$

$a+b+c \rightarrow 0 + \frac{2}{3} + 1 = \boxed{\frac{5}{3}}$

۳

الف) $f(x) = x + \frac{1}{x} + 2\sqrt{x + \frac{1}{x}} \longrightarrow (\sqrt{x+\frac{1}{x}})^2 + 2\sqrt{x+\frac{1}{x}}$, $\sqrt{x+\frac{1}{x}} \in [2, +\infty)$

$\xrightarrow{\min \sqrt{x+\frac{1}{x}} = 2} \Rightarrow f(x) = 4 + 2\sqrt{2}$

$\xrightarrow{\max \sqrt{x+\frac{1}{x}} = +\infty} \Rightarrow f(x) = +\infty$

$\sqrt{x+\frac{1}{x}} = -2$ غ ق ق $\rightarrow \times$

$\Rightarrow R_f = [4 + 2\sqrt{2}, +\infty)$

ب) $y = -(\sin x - 3)(\sin x + 1) = -\sin^2 x + 2\sin x + 3$

$\xrightarrow{\sin x = -1} y = 0$

$\xrightarrow{\sin x = 1} y = 4$

$\xrightarrow{\sin x = -\frac{b}{2a} = 1} y = 4$

$\rightarrow R_f = [0, 4]$

۴

$f(x) = -\frac{1}{3}x + 10 \qquad D_f = \{1, 2, 3, \dots, 9\}$

$x = 1 \Rightarrow f(x) = \frac{29}{3}$

$x = 2 \Rightarrow f(x) = \frac{28}{3}$

$x = 3 \Rightarrow f(x) = \frac{27}{3}$

$\vdots$

$\Rightarrow R_f = \{\frac{29}{3}, \frac{28}{3}, \frac{27}{3}, \dots, \frac{22}{3}, \frac{21}{3}\}$

مجموع: $\frac{(\frac{29}{3} + \frac{21}{3}) \times 9}{2} = \boxed{75}$ ($\frac{50}{3}$، 150)

۵

- برای آنکه دامنه تابع $f(x)$ $[2, +\infty)$ شود، زیر رادیکال می‌بایست خطی باشد $\Rightarrow \boxed{a = 0}$

$\Rightarrow f(x) = \sqrt{bx + c} \xrightarrow{\text{۲ ریشه است}} 2b + c = 0$

$f(3) = 1 \longrightarrow 3b + c = 1$

$\begin{cases} 2b + c = 0 \\ 3b + c = 1 \end{cases}$

$b = 1, \ c = -2 \rightarrow g(x) = \sqrt{x^2 + 4} \xrightarrow{\text{برد}} \sqrt{[4, +\infty)} \Rightarrow R_g = [2, +\infty)$

۶

- خط $y=kx$ ← عرض از مبدا = صفر
- باید از نقاط $A(2,-1)$ و $B(0,0)$ بگذرد

$$k=\frac{0-(-1)}{0-2}=\boxed{-\frac{1}{2}}$$

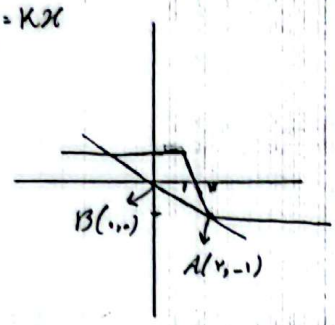
تنها مقدار $k=-\frac{1}{2}$ و سایر مقادیر ✱ جواب نمی‌دهند.

$|x-2|-|x-1|=kx$

تابع سرتاسری

$x\Rightarrow 2 \to -1$

$x=1 \to 1$



۷

الف) $y=x[x]$, $[-2,2]$ $\quad R_f=[0,2)\cup(3,4]$

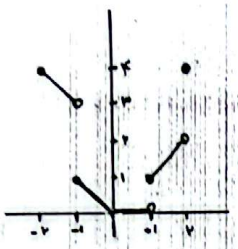
$-2\le x<-1 \to y=-2x$

$-1\le x<0 \to y=-x$

$0\le x<1 \to y=0$

$1\le x<2 \to y=x$

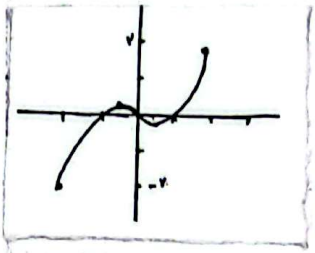
$x=2 \to y=4$



ب) $y=x|x|-x$ $\quad R_f=[-2,2]$

$$y=\begin{cases}x^2-x & x\ge 0\\ -x^2-x & x<0\end{cases}$$

$D_f=[-2,2]$ (دقت در سوال)



۸

$$y=\frac{1}{x}+\frac{1}{x+1}+\frac{1}{x^2+x}=\frac{x+1+x}{x(x+1)}=\frac{2}{x}$$

$x\neq -1 \to y\neq -2$

$\to$ مجانب افقی: $y=0$

$\Rightarrow R_f=\mathbb{R}-\{\underset{a}{-2},\underset{b}{0}\}$

$a+b=-2+0=\boxed{-2}$

۹

$$f(x)=\frac{x-4\sqrt{x}+3}{x-2\sqrt{x}+1}=\frac{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}-3)}{(\sqrt{x}-1)^2}=\frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}-1}$$

$\sqrt{x}\to +\infty,0$

$\sqrt{x}=0 \to f(x)=\frac{-3}{-1}=3$

$\sqrt{x}=\infty \to f(x)=1$

- مخرج می‌تواند صفر شود!

$\Rightarrow R_f=(-\infty,1)\cup[3,+\infty)$

۱۰

$$f(x)=\frac{x^3+2x^2-x-2}{x^2-1} \Rightarrow f(x)=x+2$$

$x^2-1\neq 0 \Rightarrow x\neq \pm 1$

$x\neq 1 \to f(x)\neq 3$

$x\neq -1 \to f(x)\neq 1$

اعدادی که شامل برد نیستند.

$1+3=\boxed{4}$

$x^3+2x^2-x-2 \;\big|\; x^2-1$

$-x^3 \quad\quad -x \quad\quad x+2$

$2x^2-2$

$-2x^2 \quad +2$

0