نام و نام خانوادگی ..... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ..... کلاس ..... A .....

۱ سؤال ۱) $y=(x-2[\frac{x}{2}])^2=(2(\frac{x}{2}-[\frac{x}{2}]))^2$; $[\frac{x}{2}]$ صحیح x از $[0,1)$; $R_y=[0,4)$

ب) $-\sin x+\log y-4=0 \rightarrow \log y=\sin x+4 \rightarrow y=10^{\sin x+4}$; $-1\le\sin x\le 1$

$10^{4-1}\le y\le 10^{4+1} \rightarrow 10^3\le y\le 10^5 \rightarrow R_y=[10^3,10^5]$ (۴)

۲ تابع به صورت $\frac{ax^2+b}{cx^2+d}$ است پس با محاسبه‌ی حدود صورت و مخرج برداشت می‌آوریم:

$y=\sqrt{\frac{x^2-4}{x^2-9}}$

تابع به ازای $x=\pm 4$ پس برد تابع خارج این دو عدد است:

صورت: x^2 ، $0 \rightarrow$ زیر رادیکال $\frac{4}{9}$

مخرج: x^2 ، $+\infty \rightarrow$ زیر رادیکال 1

$\sqrt{(-\infty,\frac{4}{9}]\cup(1,+\infty)} \Rightarrow$ (۴)

$R_y=[0,(\frac{2}{3})^a]\cup(1)^b+\infty)$; $a+b+c=\frac{a}{3}$

۳ سؤال ۳) $f(x)=\underbrace{x+\frac{1}{x}}_{[2,+\infty)}+2\sqrt{\underbrace{x+\frac{1}{x}}_{[2,+\infty)}}$

$[2,+\infty)+2[\sqrt{2},+\infty)\cup[2\sqrt{2}+2,+\infty) \Rightarrow R_f=[2+2\sqrt{2},+\infty)$ (۲)

ب) $y=(2-\sin x)(1+\sin x) \Rightarrow y=-\sin^2 x+\sin x+2$; $\sin x$ ↓ : $-1\rightarrow 0$ ، ↑ : $+1\rightarrow 2$ ، $\frac{-b}{2a}$: $+1\rightarrow 2$

$\Rightarrow R_y=[0,2]$

۴ $x=1 \rightarrow 10-\frac{1}{2}$ / $x=2 \rightarrow 10-\frac{2}{2}$ / ---- / $x=9 \rightarrow 10-\frac{9}{2}$:

$S=\underbrace{10}_{9\times 10}-\frac{1}{2}+10-\frac{2}{2}+\cdots+10-\frac{9}{2}=90-\frac{1+2+\cdots+9}{2}$; $1+2+\cdots+9=\frac{9(9+1)}{2}$

$=90-\frac{45}{2}=\boxed{75}$ (۲)

۵ $f(2)=\sqrt{a(2-2)^2}\le 1 \rightarrow a\le 1$: برد تابع $\sqrt{a(x-2)^2}$ به صورت $[0,+\infty)$ یا $\{0\}$ است

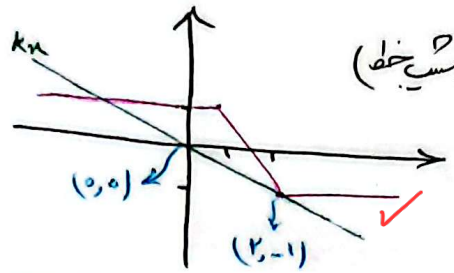
با توجه به اینکه دامنه $\mathbb{R}$ است در نتیجه تابع خطی است $\leftarrow a=0$ (۵)

$\Rightarrow f(x)=\sqrt{x^2-4x+4} \rightarrow a=1, b=-4, c=4 \Rightarrow g(x)=\sqrt{-4x^2+x-8}$

از آنجا که تابع زیر رادیکال $\Delta<0$ و ریشه ندارد و از طرفی $a<0$ پس همواره زیر محدود x ها قرار گرفته و طبیعی است که زیر رادیکال همیشه مثبت شود

$f(2)=0$, $f(4)=1 \rightarrow b=1$, $c=-2$; $g(x)=\sqrt{2x^2+4}$; $R=[2,+\infty)$; $R_g=\phi$ و همچنین $D_g=\phi$

۶ $|x-2|-|x-1|=kx$



k (شیب خط) $= \frac{0-(-1)}{0-2} = \frac{-1}{2}$ ✓ (۲)

بنابراین اگر $k=-\frac{1}{2}$ باشد، معادله تعداد جواب دارد.

۷ الف) $y=x[x]$

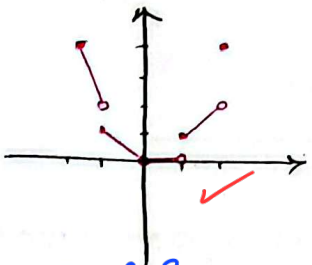
$-2\le x<-1 \Rightarrow -2x$

$-1\le x<0 \Rightarrow -x$

$0\le x<1 \Rightarrow 0$

$1\le x<2 \Rightarrow x$

$x=2 \Rightarrow 2x$

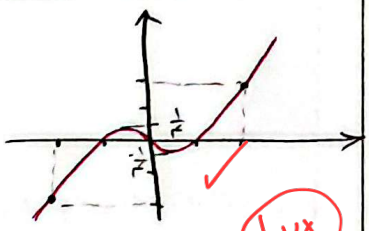


$R_y=[0,4]-\{2\}$ ✓

ب) $x|x|-x$

$x\ge 0 \quad x^2-x$

$x<0 \quad -x^2-x$ ✓

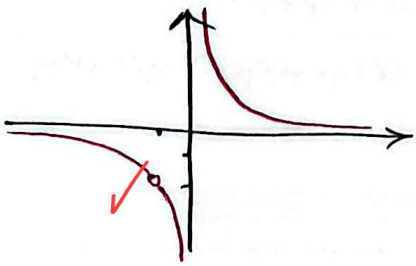


$R_y=[-2,2]$ ✓

۱/۷۵

۸ $y=\frac{1}{x}+\frac{1}{x+1}+\frac{1}{x^2+x}=\frac{(x+1)+(x)+(1)}{x(x+1)}=\frac{2x+2}{x(x+1)}=\frac{2(x+1)}{x(x+1)}=\frac{2}{x}$ ✓ (۲)

نمودار به صورت هایپربولی با مجانب‌های محورهای مختصات $(2,-1)$



و نمودار تابع بعد از تقارن مشخص شد، در بازه اعداد 0 و -2 داریم:

بنابراین:

$a+b=-2+0=-2$ ✓

۹ $f(x)=\frac{x-4\sqrt{x}+3}{x-2\sqrt{x}+1}=\frac{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}-1)}{(\sqrt{x}-1)^2}=\frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}-1}$ ✓ $\longrightarrow y=\frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}-1} \longrightarrow$

چون $\sqrt{x}$ مثبت است، طرف راست هم حتماً مثبت است. (باشد)

$\sqrt{x}=\frac{y-3}{y-1}\ge 0$ ✓

$\frac{1}{+\infty}\quad\frac{3}{1^+}$ $\longrightarrow R_y=(-\infty,1)\cup[3,+\infty)$ ✓ (۲)

۱۰ $f(x)=\frac{x^3+2x^2-x-2}{x^2-1}=\frac{(x^2-1)(x+2)}{x^2-1}=x+2$ ✓

چون به ازای $x=\pm 1$ در دامنه تابع صدق نمی‌کند.

پس حاصل آن عددی از دامنه تابع هم در دامنه مشتق‌پذیری نباشد:

$-1+2=1$

$1+2=3$ ✓

$3+1=4$ ✓

بین اعداد ۳ و ۱ در دامنه نخواهد بود.

(۲)

$x^3+2x^2-x-2 \mid x^2-1$

$-x^3+x \quad\quad x+2$

$2x^2-2$

$-2x^2+2$

$0\quad 0$