Subject: سحر کریمی   Date: / /

۱ـ

الف) $y=\left(x-2\left[\frac{x}{2}\right]\right)^2$

$y=\left(2\left(\frac{x}{2}-\left[\frac{x}{2}\right]\right)\right)^2 \to y=\left(2(t-[t])\right)^2 \to 0\le t-[t]<1 \xrightarrow{\times 2}$

$0\le 2(t-[t])<2 \xrightarrow[2]{\text{به توان}}$ چون هر ۳ طرف نامعادله مثبت است مشکلی ندارد $\to 0\le \left(2(t-[t])\right)^2<4$

$\to R_f=[0,4)$

ب) $-\sin x+\log y-4=0$

$\log y-4=\sin x \xrightarrow{-1\le \sin x\le 1} -1\le \log y-4\le 1 \xrightarrow{+4} 3\le \log y\le 5$

$10^3\le y\le 10^5$

چون پایه لگاریتم بزرگتر از ۱ است، جهت نامعادله عوض نمیشه $\to R_f=[10^3,10^5]$

۲ـ

$f(x)=\sqrt{\frac{x^2-4}{x^2-9}}$

$f(x)=\sqrt{g(x)}$ $\qquad g(x)=\frac{a\square+b}{c\square+d}=\frac{x^2-4}{x^2-9}$

سر $\square$ $\quad g(0)=\frac{4}{9}$

ته $\square$ $\quad g(+\infty)=1$

$\xrightarrow[\text{صفر نشود پس}]{\text{مخرج نتواند}} R_{g(x)}=\left(-\infty,\frac{4}{9}\right]\cup(1,+\infty) \xrightarrow[g(x)\ge 0]{f(x)=\sqrt{g(x)}} R_{f(x)}=\left[0,\frac{4}{9}\right]\cup(1,+\infty)$

$a=0,\ b=\frac{4}{9},\ c=1$

$a+b+c=\frac{13}{9}$

s.a.m

Subject: Date: / /

-۳

الف) $f(x) = x + \frac{1}{x} + 2\sqrt{x + \frac{1}{x}}$

$f(x) = \left(\sqrt{x+\frac{1}{x}} + 1\right)^2 - 1$

برد: $(-\infty, -2] \cup [2, +\infty)$ → زیر رادیکال باید مثبت باشد، پس → $R_{x+\frac{1}{x}} = [2, +\infty)$

→ $2 \leq x + \frac{1}{x}$ → دو طرف مثبت است جذر، پس اشکال ندارد → $\sqrt{2} \leq \sqrt{x + \frac{1}{x}}$ $\xrightarrow{+1}$ $\sqrt{2} + 1 \leq \sqrt{x + \frac{1}{x}} + 1$

به توان ۲ (دو طرف + است، اشکال ندارد) → $(\sqrt{2}+1)^2 \leq \left(\sqrt{x+\frac{1}{x}} + 1\right)^2$ $\xrightarrow{-1}$ $(\sqrt{2}+1)^2 - 1 \leq f(x)$

$R_{f(x)} = [2 + 2\sqrt{2}, +\infty)$

ب) $y = (3 - \sin x)(1 + \sin x)$

$-(\sin^2 x - 2\sin x - 3) = -\sin^2 x + 2\sin x + 3 = a\square^2 + b\square + c$

$\square$ max → $\sin x = 1$ → $y = 4$

$\square$ min → $\sin x = -1$ → $y = 0$ → $R = [0, 4]$

$\square = -\frac{b}{2a}$ → $\sin x = 1$ → $y = 4$

-۴

$f(x) = -\frac{1}{3}x + 10$ $D_f = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

$f(1) = 10 - \frac{1}{3}$

$f(2) = 10 - \frac{2}{3}$

$f(3) = 10 - \frac{3}{3}$

$f(4) = 10 - \frac{4}{3}$

$f(5) = 10 - \frac{5}{3}$

$f(6) = 10 - \frac{6}{3}$

$f(7) = 10 - \frac{7}{3}$

$f(8) = 10 - \frac{8}{3}$

$f(9) = 10 - \frac{9}{3}$

مجموع $= 50 - 15 = 35$

s.a.m

۵) $f(x)=\sqrt{ax^2+bx+c}$ $R_{f(x)}:[2,+\infty)$ $f(3)=1$

$\xrightarrow[\text{محدوده}]{\text{از روی}} a=0 \rightarrow f(x)=\sqrt{bx+c} \rightarrow bx+c\geq 0 \rightarrow x\geq \frac{-c}{b} \rightarrow$

نامنفی ضعیم

$\frac{-c}{b}=2 \rightarrow c=-2b$

$f(3)=\sqrt{3b+c}=1 \rightarrow 3b+c=1 \xrightarrow{c=-2b} b=1$

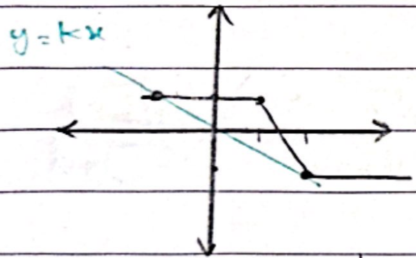
$c=-2$

$g(x)=\sqrt{x^2+4}$ $x^2\geq 0 \xrightarrow{+4} x^2+4\geq 4 \xrightarrow[\text{۲ طرف +}]{\text{جذر}} \sqrt{x^2+4}\geq 2$

است اتصال نداره

$\rightarrow R_{g(x)}=[2,+\infty)$

۶) $|x-2|-|x-1|=kx$ $k=?$



$(2,-1) \rightarrow -1=2k \rightarrow k=\frac{-1}{2}$

فقط ازای مثبت ۲ جواب داریم

۷) الف) $y=x[x]$

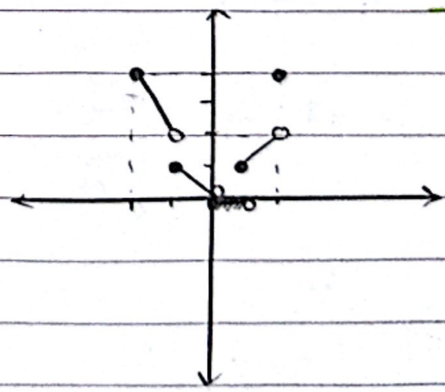
$x=2 \rightarrow y=2x$

$1\leq x<2 \rightarrow y=x$

$0\leq x<1 \rightarrow y=0$

$-1\leq x<0 \rightarrow y=-x$

$-2\leq x<-1 \rightarrow y=-2x$

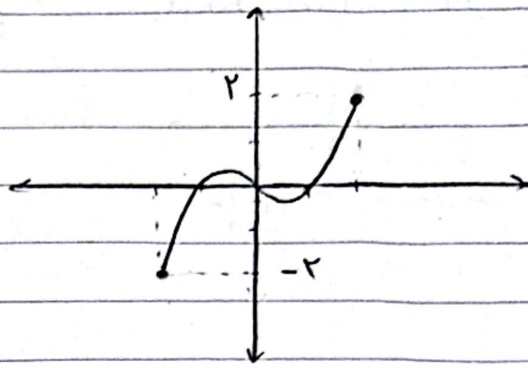


$R_f=[0,4]-\{2\}$

Subject: Date: / /

ب) $y = x|x| - x$

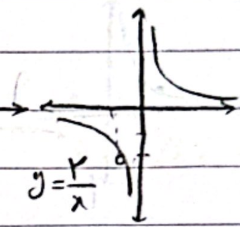
$$y=\begin{cases} x^2 - x & x \geq 0 \\ -x^2 - x & x \leq 0 \end{cases} \qquad \begin{array}{l} x=2 \to y=2 \\ x=-2 \to y=-2 \end{array}$$



$R_f = [-2,2]$

۸- $y = \frac{1}{x} + \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x^2+x}$

$$y = \frac{x+1+x+1}{x^2+x} = \frac{2\cancel{(x+1)}}{(x)\cancel{(x+1)}} = \frac{2}{x} \to \begin{array}{c} x \neq -1 \\ y \neq -2 \end{array} \to$$



$R_f = \mathbb{R} - \{0,-2\}$

۹- $$f(x) = \frac{x - 4\sqrt{x} + 3}{x - 2\sqrt{x} + 1} = \frac{\cancel{(\sqrt{x}-1)}(\sqrt{x}-3)}{\cancel{(\sqrt{x}-1)}(\sqrt{x}-1)} = \frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}-1} = \frac{a\square + b}{c\square + d}$$

$\to \square$ سر $\to f(0) = 3$

$\xrightarrow[\text{می‌تواند صفر شود}]{\text{مخرج}} (-\infty, 1) \cup [3, +\infty)$

$\to \square$ ته $\to f(+\infty) = 1$

$x \neq 1 \to$ صورت رعایت شده $\to R_f = (-\infty, 1) \cup [3, +\infty)$

s.a.m

Subject: Date: / /

$$y = \frac{x^{۳} + ۲x^{۲} - x - ۲}{x^{۲} - ۱} = \frac{x(x^{۲}-۱) + ۲(x^{۲}-۱)}{x^{۲}-۱} = \frac{\cancel{(x^{۲}-۱)}(x+۲)}{\cancel{(x^{۲}-۱)}}$$

$$y = x+۲ \longrightarrow \begin{matrix} x \neq ۱ \\ y \neq ۳ \end{matrix} \;,\; \begin{matrix} x \neq -۱ \\ y \neq ۱ \end{matrix} \longrightarrow R_f = \mathbb{R} - \{۱, ۳\}$$

$۱ + ۳ = ۴$