نام و نام خانوادگی [redacted] ………………… پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ..۲..... کلاس [redacted]………

۱

الف) $y=\left(x-2\left[\frac{x}{2}\right]\right)^2$

$0\leq a-[a]<1$

$\left(2\left(\underbrace{\frac{x}{2}-\left[\frac{x}{2}\right]}_{[0,1)}\right)\right)^2\Rightarrow\left([0,2)\right)^2\Rightarrow\boxed{[0,4)}$

ب) $-\sin x+\log y-4=0$

$\log y=4+\sin x\to y>0$ $\quad\overset{\text{۱ و}}{\xrightarrow{\text{اشتراک}}}R_f=[10^3,10^5]$

$\hookrightarrow -1\leq\sin x\leq1$

$3\leq4+\sin x\leq5$

$3\leq\log y\leq5$

$10^3\leq y\leq10^5$

۲

$f(x)=\sqrt{\frac{x^2-4}{x^2-9}}\to y=\sqrt{\frac{x^2-4}{x^2-9}}\to y^2=\frac{x^2-4}{x^2-9}\to y^2x^2-9y^2=x^2-4$

$\boxed{y\geq0}$

$(1-y^2)x^2=4-9y^2$

$x^2\geq0\swarrow x^2=\frac{4-9y^2}{1-y^2}\Rightarrow\frac{4-9y^2}{1-y^2}\geq0$

تعیین علامت $\hookrightarrow$ $\quad -1\quad -\frac{2}{3}\quad \frac{2}{3}\quad 1$: $+\ \emptyset\ -\ \bullet\ +\ \bullet\ -\ \emptyset\ +$

$\overset{\text{۱ و}}{\xrightarrow{\text{اشتراک}}}R_f=[0,\frac{2}{3}]\cup(1,+\infty)$

$a+b+c=\frac{2}{3}+1=\boxed{\frac{5}{3}}$

۳

الف) $f(x)=x+\frac{1}{x}+2\sqrt{x+\frac{1}{x}}$

$y=\left(\sqrt{x+\frac{1}{x}}+1\right)^2-1\Longrightarrow R_f=[2+2\sqrt{2},+\infty)$

زیر رادیکال $\geq0\Rightarrow x\geq0\Rightarrow x+\frac{1}{x}\geq2$

$\sqrt{x+\frac{1}{x}}\geq\sqrt{2}\Rightarrow\sqrt{x+\frac{1}{x}}+1\geq\sqrt{2}+1\Rightarrow\left(\sqrt{x+\frac{1}{x}}+1\right)^2-1\geq\underbrace{(\sqrt{2}+1)^2}_{3+2\sqrt{2}}-1$

ب) $y=(3-\sin x)(1+\sin x)$

$y=3+3\sin x-\sin x-\sin^2x$

$y=-\sin^2x+2\sin x+3$ $\qquad R_f=[0,4]$

$\hookrightarrow\min\sin x=-1\Rightarrow-1-2+3=0$

$\hookrightarrow\max\sin x=1\Rightarrow-1+2+3=4$

$\hookrightarrow\frac{-b}{2a}=\frac{-2}{-2}=1\nearrow$

۴

$f(x)=-\frac{1}{3}x+10$

$D_x=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$

$f(1)+f(2)+\dots+f(9)=(-\frac{1}{3}x_1+10)+(-\frac{1}{3}x_2+10)+\dots+(-\frac{1}{3}x_9+10)=$ مجموع اجزای x

$\Rightarrow-\frac{1}{3}(\underbrace{x_1+x_2+\dots+x_9}_{\frac{9\times10}{2}=45})+10\times9=\overset{-15}{\cancel{-\frac{1}{3}\times45}}+90=\boxed{75}$

۵

$f(x)=\sqrt{ax^2+bx+c}$, $D_f=[2,+\infty)$ $\Big)\Rightarrow a=0$ $\boxed{b>0}$

$bx+c\geq0\Rightarrow x\geq\frac{-c}{b}\Rightarrow\frac{-c}{b}=2$

$c=-2b,\ b>0$

$f(3)=1\Rightarrow\sqrt{3b+c}=1\Rightarrow3b+c=1$

$c=-2b\Rightarrow3b-2b=b$ $\Big)\to b=1,\ c=-2$ $(b>0\ ✓)$ $\rightsquigarrow f(x)=\sqrt{x-2}$

$\Rightarrow g(x)=\sqrt{x^2+4}$

$\hookrightarrow0\leq x^2$

$4\leq x^2+4$

$2\leq\sqrt{x^2+4}$

$\boxed{R_g=[2,+\infty)}$

۶

$|x-۲|-|x-۱|=Kx$

$\hookrightarrow y=|x-۲|-|x-۱|$

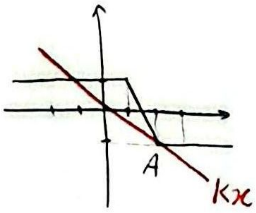
$x=۳ \to y=۱-۲=-۱$

$x=۲ \to y=۰-۱=-۱$

$x=۱ \to y=۱-۰=۱$

$x=۰ \to y=۲-۱=۱$

$\Rightarrow$



$y=Kx$ ، از A عبور می‌کند

$A=(۲,-۱)$ $\Rightarrow -۱=K(۲)$ $\boxed{K=-\frac{۱}{۲}}$

۷

الف) $y=x[x]$

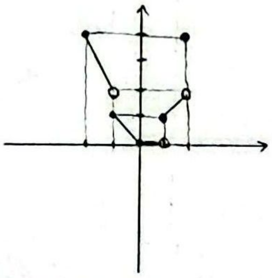
$-۲\leqslant x<-۱ \to y=-۲x$: $-۲ \to ۴$ ، $-۱ \to ۲$

$-۱\leqslant x<۰ \to y=-x$: $-۱ \to ۱$ ، $۰ \to ۰$

$۰\leqslant x<۱ \to y=۰$: $۰ \to ۰$ ، $۱ \to ۰$

$۱\leqslant x<۲ \to y=x$: $۱ \to ۱$ ، $۲ \to ۲$

$x=۲ \to y=۲x \xrightarrow{۲} y=۴$



$R_f=[۰,۴]-\{۲\}$

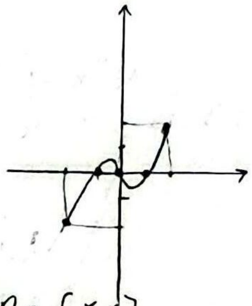
ب) $y=x|x|-x$

$-۲\leqslant x<۰ \to |x|=x$

$\hookrightarrow y=-x^۲-x \xrightarrow{-۲} y=-۲$ ، $-۱ \hookrightarrow y=۰$ ، $۰ \hookrightarrow y=۰$

$۰\leqslant x\leqslant ۲ \to |x|=x$

$\hookrightarrow y=+x^۲-x \xrightarrow{۰} y=۰$ ، $۱ \hookrightarrow y=۰$ ، $۲ \hookrightarrow y=۲$



$R_f=[-۲,۲]$

۸

$$y=\frac{1}{x}+\frac{1}{x+1}+\frac{1}{x^۲+x}$$

$$y=\frac{x+1+x+1}{x(x+1)}=\frac{۲(x+1)}{x(x+1)} \Rightarrow y=\frac{۲}{x} \Rightarrow x=\frac{۲}{y} \Rightarrow y\neq ۰$$

$x\neq -۱$ ، $x\neq -۱ \Rightarrow y\neq -۲$

$R_f=\mathbb{R}-\{۰,-۲\}$

$a+b=۰-۲=\boxed{-۲}$

۹

$$f(x)=\frac{x-۴\sqrt{x}+۳}{x-۲\sqrt{x}+۱}$$

$$y=\frac{\cancel{(\sqrt{x}-1)}(\sqrt{x}-۳)}{(\sqrt{x}-1)^{\cancel{۲}}}=\frac{\sqrt{x}-۳}{\sqrt{x}-۱} \to y=\frac{\sqrt{x}-۳}{\sqrt{x}-۱} \Rightarrow y\sqrt{x}-y=\sqrt{x}-۳$$

$x\neq 1$

$(1-y)\sqrt{x}=۳-y$

$\sqrt{x}\neq 1 , \sqrt{x}\geqslant ۰ \checkmark$ $\sqrt{x}=\frac{y-۳}{y-۱} \to \frac{y-۳}{y-۱}\geqslant ۰ \xrightarrow{\text{تعیین علامت}}$ ۱ ، ۳ : + − +

$R_f=(-\infty,۱)\cup[۳,+\infty)$

$=\mathbb{R}-[۱,۳)$

۱۰

$$f(x)=\frac{x^۳+۲x^۲-x-۲}{x^۲-1}$$

$$y=\frac{x^۲(x+۲)-(x+۲)}{x^۲-1}=\frac{\cancel{(x^۲-1)}(x+۲)}{\cancel{x^۲-1}}$$

$x\neq \pm 1$

$\Rightarrow f(x)=x+۲ , x\neq\pm1) \longrightarrow y\neq ۳,۱ \Rightarrow R_f=\mathbb{R}-\{۱,۳\} \Rightarrow ۱+۳=\boxed{۴}$