۱) ۴

$y = \frac{x^2+x+2}{x-1} \to yx - y = x^2+x+2$

$\to x^2 + x(1-y) + 2+y \to$ x حقیقی باشد پس:

$b^2-4ac \geq 0 \to 1+y^2-2y-8-4y \geq 0 \to y^2-6y-7 \geq 0$

$(y-7)(y+1) \geq 0$ -1, 7: $+\ -\ +$ $\to R_f = (-\infty, -1] \cup [7, +\infty)$

---

۲) ۳

الف) $2y = 2x^2 - 5x + 1$

عرض راس مینیمم است $\to -\frac{b}{2a} = \frac{5}{4} \to 2 \times \frac{25}{16} - 5 \times \frac{5}{4} + 1 = \frac{25}{8} - \frac{50}{8} + \frac{8}{8}$

$= \frac{-17}{8}$

$R_f = [-\frac{17}{8}, +\infty)$

ج) $\sqrt{-x^2+4x-5}$

ماکس است عرض راس $\to -\frac{b}{2a} = \frac{-4}{-2} = 2 \to -4+8-5 = -1 \to$ (منفی) $-$

$\sqrt{\ } \to [0, 2] = R_f$

ح) $y = \sqrt{x^7 - 3x^2 + 4x + 1} \to \mathbb{R} \leftarrow$ بزرگترین توان فرد است

$\sqrt{\ } \to R_f = [0, +\infty)$

د) $\log(x^3 - 4x^2 + 7x + 2) \to R_f = (-\infty, +\infty) = \mathbb{R}$

برد $\mathbb{R}$ دارد $[0, +\infty)$ از $\mathbb{R}$ لوگ بگیریم

---

۳) ۴

الف) $y = \frac{3x+1}{2x-6} \to -\frac{2y}{\ } \to R_f = \mathbb{R} - \{\frac{3}{2}\}$

تابع هموگرافیک است $\to R_f = \mathbb{R} - \{\frac{a}{c}\}$

ج) $y = \sqrt{\frac{4x+1}{x-2}} \to$ هموگرافیک $\to R_f = \mathbb{R} - 4 \xrightarrow{\sqrt{\ }} R_f = [0, +\infty) - \{2\}$

Date : ...... Subject : ......

2-) $y = \frac{x^2+4}{\sqrt{x^2+3}} = \frac{x^2+3+1}{\sqrt{x^2+3}} = \sqrt{x^2+3} + \frac{1}{\sqrt{x^2+3}}$ ✓

کمترین مقدار را به دست می‌آوریم $= \sqrt{0+3} = \sqrt{3}$ نقش ندارد

کمترین مقدار را می‌گیریم

$\rightarrow \sqrt{3} + \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{4\sqrt{3}}{3} \rightarrow R_f = [\frac{4\sqrt{3}}{3}, +\infty)$ ✓

ب) $x^2 + \frac{1}{x^2+4} \rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2+4} + 4 - 4 \rightarrow$

$x^2+4+\frac{1}{x^2+4} - 4 \rightarrow R_f = [\frac{1}{4}, +\infty)$ ✓

$a + \frac{1}{a}$ که $0 < a$ است. ← کمترین مقدار a $= 4$، $x^2+4 = 0+4 = 4$ $\} \rightarrow 4 + \frac{1}{4} = \frac{17}{4}$

$\frac{17}{4} - 4 = \frac{1}{4}$ ✓

---

۴) $y = \frac{3x^2+4}{x^2-1} \rightarrow$ روش اول: $yx^2 - y = 3x^2 + 4$

$(y-3)x^2 = 4+y \rightarrow x^2 = \frac{y+4}{y-3} \rightarrow x = \pm\sqrt{\frac{y+4}{y-3}}$ ✓

$\rightarrow \frac{y+4}{y-3} \geq 0$; -4 , 3 : $+ \;|\; - \;|\; +$ $\rightarrow R_f = (-\infty, -4] \cup (3, +\infty)$ ✓

تذکر $\rightarrow y = \frac{3x^2+4}{x^2-1} \rightarrow$ min: $x^2 = 0 \rightarrow \frac{4}{-1} = -4$ ✓

max: $x^2 = +\infty \rightarrow \frac{3(\infty)+4}{(\infty)-1}$ ناصفر

$\rightarrow = 3 \rightarrow$ مخرج صفر نشود $\rightarrow x^2 = 1$, $x = \pm 1$ ✓ $\rightarrow R_f = (-\infty, -4] \cup (3, +\infty)$ ✓

ه) $y = \frac{2\sin x - 1}{\sin x + 2} \rightarrow$ حل: $y\sin x + 2y = 2\sin x - 1 \rightarrow \sin x = \frac{2y+1}{2-y}$

$\sin x(y-2) = -2y - 1$

$-1 \leq \frac{2y+1}{2-y} \leq 1 \rightarrow$ ✓

1) $-2+y \leq 2y+1 \rightarrow -3 \leq y \rightarrow y \geq -3$

2) $2y+1 \leq 2-y \rightarrow 3y \leq 1 \rightarrow y \leq \frac{1}{3}$ $\} \rightarrow R_f = [-3, \frac{1}{3}]$ ✓

ع) بسلما ل ← باتنکر ۲ تا

$y = \frac{2\sin x - 1}{\sin x + 3} \to$ min: $\sin x = -1 \to \frac{-2-1}{-1+3} = \frac{-3}{2}$

max: $\sin x = 1 \to \frac{2-1}{1+3} = \frac{1}{4}$

x هر چیزی ← چون $\sin x \neq -3$ ← ثابت ۲ عدد

← $R_f = [-\frac{3}{2}, \frac{1}{4}]$

---

۴) $f(x) = \frac{x^2 - x + \frac{1}{4}}{x^2 - x + 1} \to$

$D_f \to x^2 - x + 1 \neq 0 \to \Delta = 1 - 4 < 0 \to$ هیچ وقت صفر نمی‌شود

$\hookrightarrow D_f = \mathbb{R}$

$y = \frac{x^2 - x + \frac{1}{4}}{x^2 - x + 1} \to \frac{(x-\frac{1}{2})^2}{(x-\frac{1}{2})^2 + \frac{3}{4}} = y \to y(x-\frac{1}{2})^2 + \frac{3}{4}y = (x-\frac{1}{2})^2$

$(x^2 - x + 1 = \frac{1}{4} + \frac{3}{4})$

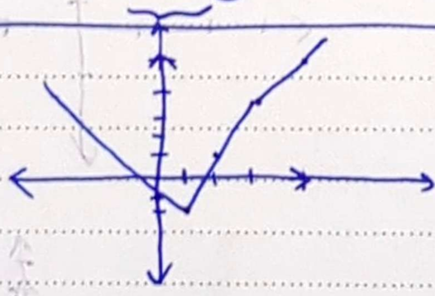
$\to (y-1)(x-\frac{1}{2})^2 = -\frac{3}{4}y \to (x-\frac{1}{2})^2 = \frac{\frac{3}{4}y}{1-y}$ ← ≥ 0 است!

$\to \frac{3y}{4-4y} \geq 0 \to$ 0: − + − :1 $\to \boxed{R_f = [0, 1)}$

---

۷) الف) $y = |2x - 2| - |x - 3|$

شکل می‌کشیم با تکه تکه کردن و بشکن از ریشه و فرمول تیزها ←



$\to \boxed{R_f = [-2, +\infty)}$

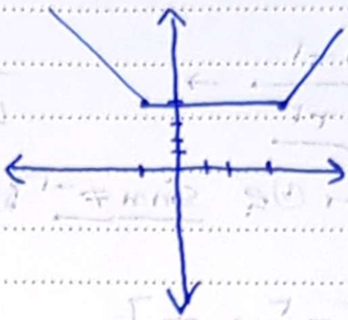
$x = 1, 3$

x	1	3	2	0	4
y	−2	4	1	−1	5

۷) ب) $y = |x-3| + |x+1|$

$3-(-1) = 4 =$ تابع صدلی است با کف

۲ با شیب راست، ۲ ، ۲-



$R_f = [4, +\infty)$

---

۸) مجموعه جواب = ؟

$|x-2| - |2x+2| \leq 1$

-1		2
$2-x+2x+2 \leq 1$	$2-x-2x-2 \leq 1$	$x-2-2x-2 \leq 1$
$x+4 \leq 1$	$-3x \leq 1$	$-x-4 \leq 1$
$x \leq -3$ ✓	$x \geq -\frac{1}{3}$	$-x \leq 5$
$-3 < x \leq -1$	$-\frac{1}{3} \leq x \leq 2$	$x \geq -5$ ✓
صفر	?	$x \geq 2$ ✓

$-1 \leq x \leq -\frac{1}{3}$!صفر

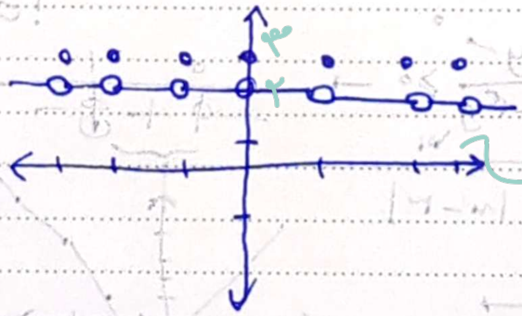
$D_f = \mathbb{R} - (-3, -\frac{1}{3})$

---

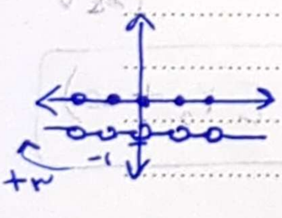
۹) $[-2,2]$

الف) $y = [x] + [3-x]$

$y = [x] + [-x] + 3$



$R_f = \{2, 3\}$



ب) $y = 3x - [x]$

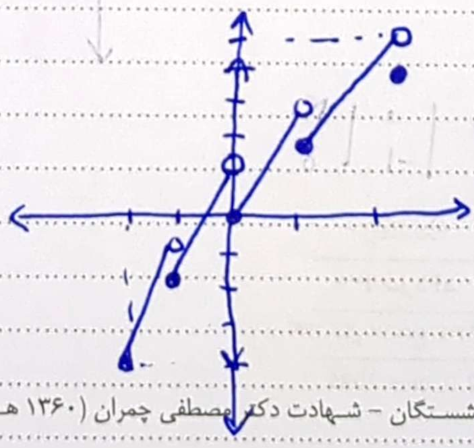
$[-2,-1) \to 3x+2$

$[1,2) \to 3x-1$

$\{2\} \to 4$

$[-1,0) \to 3x+1$

$[0,1) \to 3x$



$R_f = [-4, 5)$

کامل بنویسید

Date : ..... Subject : .....

الف) $y = \sin^2 x - \sin x + 1$ ← مربع

$R_f = ?$ (1

$\sin x = -1 \rightarrow = 1 + 1 + 1 = 3$ ✓

$\sin x = 1 \rightarrow = 1 - 1 + 1 = 1$

$\sin x = \frac{1}{2} \rightarrow = \frac{1}{4} - \frac{2}{4} + \frac{4}{4} = \frac{3}{4}$

min, max, $-\frac{b}{2a}$

$R_f = [\frac{3}{4}, 3]$ ✓ (۲)

ب) $y = \sin^4 x + \sin^2 x + 1$ ← مربع

$\sin^2 x = 0 \rightarrow = 0 + 0 + 1 = 1$ ✓

$\sin^2 x = 1 \rightarrow 1 + 1 + 1 = 3$ ✓

$\sin^2 x = \frac{-1}{2}$ ق ق ق ع ک

min, max, $-\frac{b}{2a}$

$R_f = [1, 3]$