

$y = \frac{x^2 + x + 1}{x - 1}$
 $yx - y = x^2 + x + 1 \rightarrow x^2 + (1 - y)x + (1 + y) = 0$

$\rightarrow x = \frac{(-1 + y) \pm \sqrt{(1 - y)^2 - 4(1 + y)}}{2} \rightarrow y^2 - 4y - 7 > 0 \rightarrow (y - 7)(y + 1) > 0$
 $\rightarrow \frac{-1 \pm \sqrt{1 - 4}}{2} \rightarrow R_f = (-\infty, -1] \cup [7, +\infty)$

الف) $y = 2x^2 - 5x + 1 \rightarrow$ تابع $\min$ دار $\rightarrow R_f = [y_{\min}, +\infty)$

$\xrightarrow{\text{ext}} \min \left| \frac{-b}{2a} = \frac{5}{4} \right.$
 $2x \times \frac{5}{4} - 5x \times \frac{1}{4} + 1 = -\frac{5}{4} + \frac{1}{4} = -1$

$R_f = [-1, +\infty)$

ب) $y = \sqrt{-x^2 + 4x - 5}$

تابع $\max$ دار $\rightarrow R_f = (-\infty, y_{\max}] \rightarrow \max \left| \frac{-b}{2a} = \frac{-4}{-2} = 2 \right.$
 $\left. \begin{array}{l} \text{منفی ها تقریباً صفر و اولی} \\ \text{تقریباً صفر باشد} \end{array} \right\} \rightarrow R_f = [0, 2]$

ج) $y = \sqrt{x^2 - 3x^2 + 4x + 1}$
 $R_f = \mathbb{R} \leftarrow$ ریشه فرد

$\rightarrow R_f = \sqrt{\mathbb{R}} \Rightarrow R_f = [0, +\infty)$

منفی ها تقریباً صفر و اولی
 و اولی تقریباً صفر باشد

د) $\log(x^3 - 4x^2 + 5x + 4)$

$R_f = \mathbb{R}$ ریشه فرد

$\rightarrow R_f = (-\infty, +\infty)$

اما چون داریم $\log$ می گیریم
 باید اعدادی داشته باشیم که از
 صفر بزرگتر باشند در هر حال
 برابر R

مربوط
 به دانه

الف) $y = \frac{3x + 1}{2x - 4}$

(در تابع هولر افید $\frac{a}{c}$ و $\frac{b}{d}$ مساوی نیست)
 $y = \frac{ax + b}{cx + d}$

$\rightarrow R_f = \mathbb{R} - \left\{ \frac{a}{c} \right\}$

$\Rightarrow R_f = \mathbb{R} - \left\{ \frac{3}{2} \right\}$

ب) $y = \sqrt{\frac{x + 1}{x - 2}}$

طبق تقریب
 الف

$R_f = \sqrt{\mathbb{R} - \left\{ \frac{1}{1} \right\}}$

$\rightarrow R_f = [0, +\infty) - \{1\}$

ج) $y = \frac{x^2 + x^3 + 1}{\sqrt{x^2 + 3}} = \sqrt{x^2 + 3} + \frac{1}{\sqrt{x^2 + 3}}$ جمع عددی $\oplus$ و محاسبات آن $x \rightarrow [29 + \infty)$ و می توان از صورتی که بتواند برآید اشتوار

$x=0 \rightarrow \frac{3}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{4}{\sqrt{3}}$

$R_f = [\frac{4}{\sqrt{3}} 9 + \infty)$

در غیر این صورت بهترین مقدار ممکن از آن که $x=0$ می باشد درست می گوئیم

د) $y = x^2 + \frac{1}{x^2 + 4} - 4$

مقتضای قسمة $R_f = [29 + \infty) \rightarrow x=0 \rightarrow 4 + \frac{1}{4} = \frac{17}{4} \rightarrow R_f = [\frac{17}{4} 9 + \infty)$

$\frac{17}{4} < f(x) \rightarrow \frac{17}{4} - 4 < f(x) \rightarrow R_f = [\frac{1}{4} 9 + \infty)$

$y = \frac{3x^2 + 4}{x^2 - 1} \rightarrow yx^2 - y = 3x^2 + 4 \rightarrow (y-3)x^2 + (-y-4) = 0$

$x = \frac{\pm \sqrt{-4(y-3)(-y-4)}}{2(y-3)} = \frac{\pm \sqrt{4(y-3)(y+4)}}{2(y-3)}$

$R_f = (-\infty 9 -4] \cup (3 9 + \infty)$

باتوجه به $\frac{3x^2 + 4}{x^2 - 1}$ بیشترین مقدار $\frac{3(\infty) + 4}{\infty - 1} = 3$

$x^2=0 \rightarrow \frac{3(0) + 4}{0 - 1} = -4$ $\rightarrow R_f = (-\infty 9 -4] \cup (3 9 + \infty)$

$y = \frac{2 \sin x - 1}{\sin x + 3} \rightarrow y \sin x + 3y = 2 \sin x - 1 \rightarrow (y-2) \sin x = -3y - 1$

$-1 < \frac{3y+1}{2-y} < 1 \rightarrow \frac{3y+1}{2-y} < 1 \rightarrow R_f = [-\frac{3}{2} 9 \frac{1}{2}]$

کیمیائی آبارس

ارامی

$\frac{2 \sin x - 1}{\sin x + 3}$
 $\xrightarrow{\text{بایونہ}} \frac{2-1}{1+3} = \frac{1}{4}$
 $\xrightarrow{\text{تذکرہ}}$

$\sin x = 1$ (بیشترین) $\rightarrow \frac{2-1}{1+3} = \frac{1}{4}$
 $\sin x = -1$ (کمترین) $\rightarrow \frac{2(-1)-1}{-1+3} = -\frac{3}{2}$

$\left[-\frac{3}{2}, \frac{1}{4} \right]$

صفر نسی شور
 صفر نسی شور

$f(x) = \frac{x^2 - x + 1}{x^2 - x + 1}$
 $D_f = \mathbb{R}$

$x^2 - x + 1 \rightarrow \Delta < 0 \rightarrow$ رشتہ ندارد

$f(x) = \frac{(x - \frac{1}{x})^2}{x^2 - x + 1}$

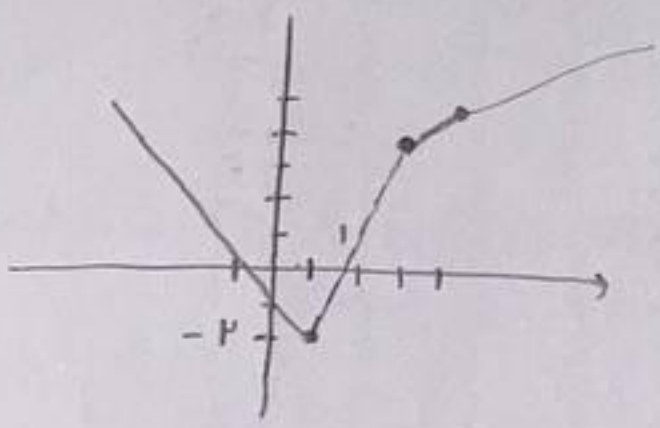
همواره نامنفی / همواره منفی
 تقسیم بین ۲ عددی
 همواره نامنفی

$R_f = [0, +\infty)$

$R_f \in [0, 1)$

الف) $y = |2x - 2| - |x - 3|$

$x=1$ $x=3$



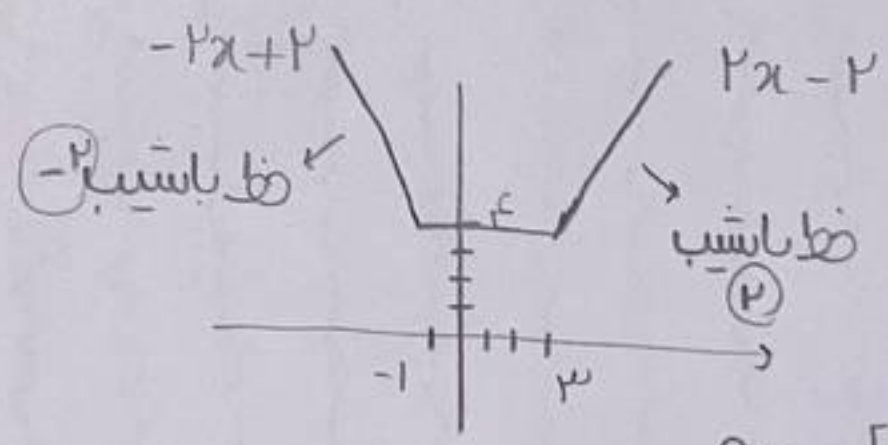
$R_f = [-2, +\infty)$

$\frac{-2x+2}{-x-1} \quad \frac{x-3}{x+1}$

$(-2) \quad (f) \quad x+1$

ب) $y = |x - 3| + |x + 1|$

$x=3$ $x=-1$



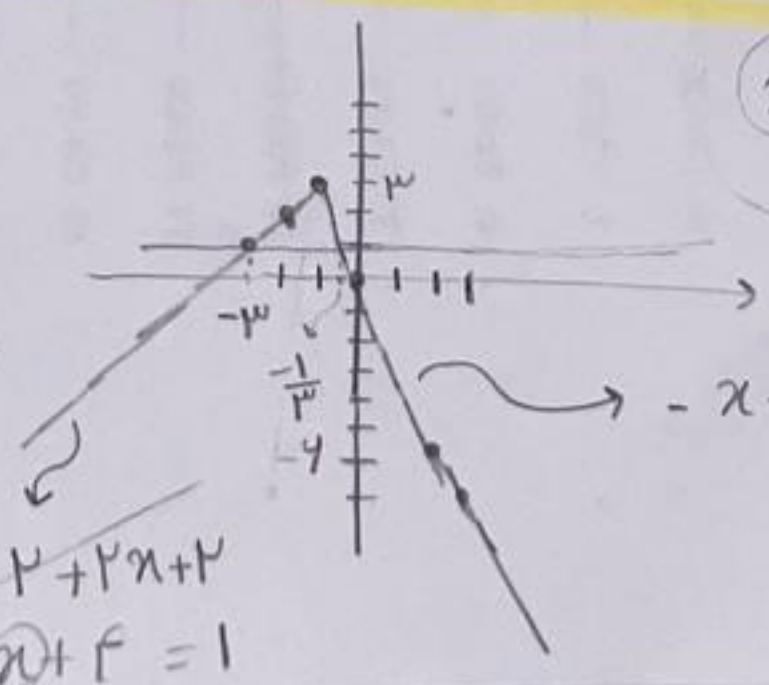
$R_f = [2, +\infty)$

$|x - 2| - |2x + 2| < 1$

$x=2$ $x=-1$

$x = -2 \rightarrow y = 4 - 2 = 2$

$x = 3 \rightarrow y = 1 - 4 = -3$



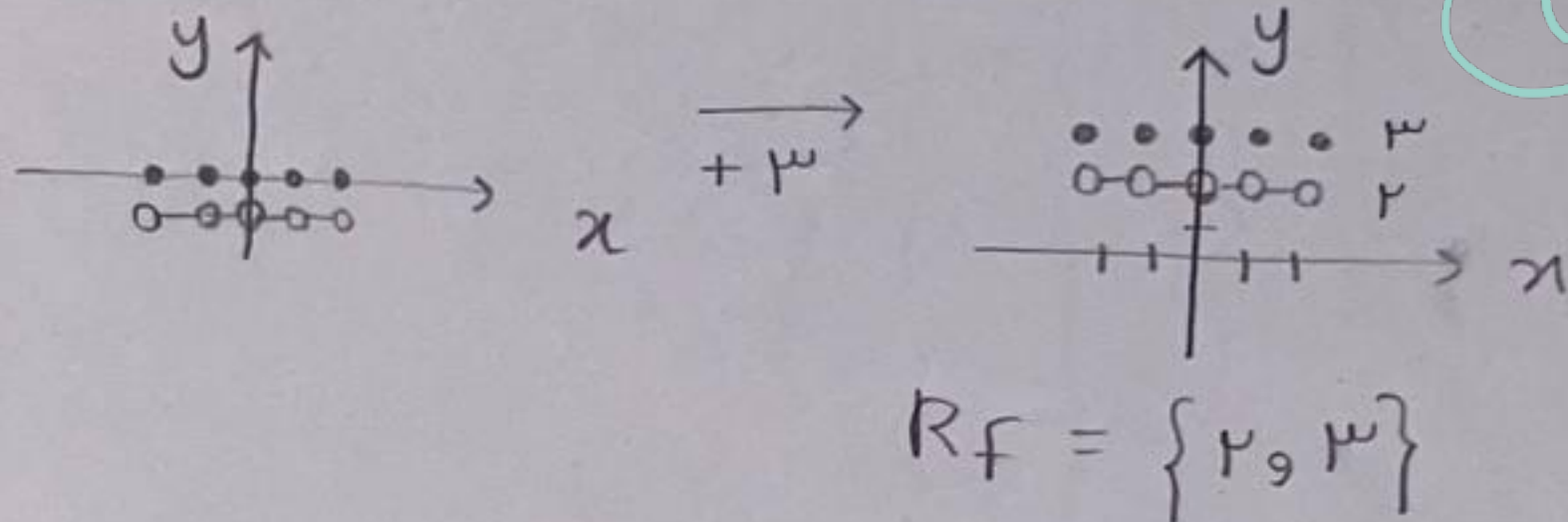
$x < -3 \cup x > -\frac{1}{3}$

$D_f = (-\infty, -3] \cup [-\frac{1}{3}, +\infty)$

$-x+2-2x-2=-3x=1$

$-\frac{1}{3}$

$$\text{الف) } y = [x] + [\mu - x] \rightarrow y = [x] + [-x] + \mu$$



$$\text{ب) } \mu x - [x]$$

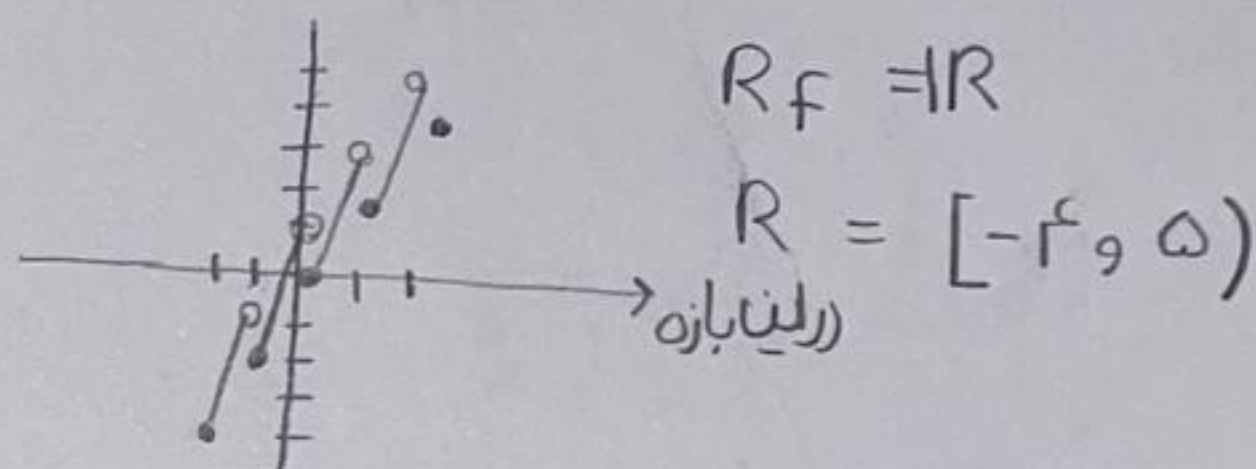
$$x \in [-2, -1) \rightarrow \mu x + 1$$

$$x \in [-1, 0) \rightarrow \mu x + 1$$

$$x \in [0, 1) \rightarrow \mu x$$

$$x \in [1, 2) \rightarrow \mu x - 1$$

$$x = 2 \rightarrow y = \mu$$



$$\text{الف) } y = \sin^2 x - \sin x + 1 \xrightarrow{U} \sin x = 1 \rightarrow y = 1 - 1 + 1 = 1$$

$$R_f = \left[\frac{\mu}{r}, \mu \right]$$

$$\xrightarrow{U'} \sin x = -1 \rightarrow y = 1 + 1 + 1 = \mu$$

$$\xrightarrow{L} \sin x = \frac{-b}{ra} \frac{1}{r} \rightarrow y = \frac{1}{r} - \frac{1}{r} + 1 = \frac{3}{2}$$

$$\text{ب) } \sin^2 x + \sin^2 x + 1 \xrightarrow{U} \sin^2 x = 1 \rightarrow y = 1 + 1 + 1 = \mu$$

$$R_f = [1, \mu]$$

$$\xrightarrow{U'} \sin^2 x = 0 \rightarrow y = 0 + 0 + 1 = 1$$

$$\xrightarrow{L} \sin^2 x = \frac{-b}{ra}$$