نام و نام خانوادگی ..... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ..... کلاس .....

سوال ۳ خودت ب

ب) $y=\frac{x^2+4}{x^2+3}$ متقارن $\Rightarrow \frac{x^2+3}{\sqrt{x^2+3}\sqrt{x^2+3}}+\frac{1}{\sqrt{x^2+3}}\cdot\frac{\sqrt{x^2+3}}{a}+\frac{1}{\sqrt{x^2+3}}$

متقارن $=\sqrt{3}\Rightarrow \sqrt{3}+\frac{1}{\sqrt{3}}\cdot\frac{4\sqrt{3}}{3}\Rightarrow Ry=[\frac{4\sqrt{3}}{3},+\infty)$

سوال ۳ خودت ج

د) $y=x^2+\frac{1}{x^2+4}$ $\rightarrow Ry'=[4,+\infty)$

$y=\underbrace{x^2+4+\frac{1}{x^2+4}}_{-4}\rightarrow Ry=[\cdot,+\infty)$

سوال ۳ خودت د

سوال ۳ خودت الف

الف) $y=\frac{3x+1}{2x-y}$

$2xy-y^2-3x+1$

$2xy-3x=y^2+1$

$\Rightarrow x(2y-3)=y^2+1$

$\Rightarrow x=\frac{y^2+1}{2y-3}\Rightarrow Ry=R-\{\frac{3}{2}\}$

سوال ۳ خودت الف

سوال ۲ خودت ب

ب) $y=\sqrt{-2x^2+4x-5}\rightarrow a<0$

$x_s=\frac{-4}{-2}=2$ (max)

$y'=-4+8-5=-1$ $\xrightarrow{Ry'}(-\infty,4]$

اعمال رادیکال

$\Rightarrow Ry=[\cdot,4]$

سوال ۲ خودت ج

ج) $y=\sqrt{x^4-4x^3+4x+1}$

مدتفرد

زیررادیکال زیر زوج

$\Rightarrow Ry=[\cdot,+\infty)$

سوال ۲ خودت ج

ج) $y=(x^3-4x^2+4x+4)$

سوال ۲ خودت د

$R\cdot R$

$Ry=(-\infty,+\infty)$

$y=\frac{3x^2+4}{x^2-1}$

$\Rightarrow yx^2-y=3x^2+4$

$\Rightarrow 3x^2-yx^2+4+y=0$

$x^2(3-y)+4+y=0$

$x^2=\frac{-4-y}{3-y}$

$\Rightarrow x=\pm\sqrt{\frac{-4-y}{3-y}}$

$\frac{-4}{-1}\quad\frac{3}{+}\quad\frac{+}{+}$

$Ry=(-\infty,-4]\cup(3,+\infty)$

$-\infty\leq x^2\leq+\infty$

$y=\frac{3x^2+4}{x^2-1}$

$x=0\Rightarrow -4$

$x=+\infty\rightarrow 3$

۴

خارج در مخرج $x=\pm1$ صفر نشود

$Ry=(-\infty,-4]\cup(3,+\infty)$ ✓

$y=\frac{2\sin x-1}{\sin x+3}$

$y\sin x+3y=2\sin x-1$

$\Rightarrow y\sin x-2\sin x=-3y-1$

$\Rightarrow \sin x(y-2)=-3y-1$

$\Rightarrow \sin x=\frac{-3y-1}{y-2}$

$-1\leq\sin x\leq1$

$\sin x=-1\rightarrow y=\frac{-2-1}{2}=\frac{-3}{2}$

$\sin x=1\rightarrow y=\frac{2-1}{4}=\frac{1}{4}$ ✓

خارج قابلیت صفر شدن ندارد

عددین حالت خارجی=۲

$\Rightarrow Ry=[\frac{-3}{2},\frac{1}{4}]$ ✓

۵

$-1\leq\frac{-3y-1}{y-2}\leq1$ ✓

$y\neq2$

$-y+2\leq-3y-1\Rightarrow y\geq\frac{-3}{2}$ ✓

$-3y-1\leq y-2\Rightarrow y\geq\frac{1}{4}$ ✓

$\Rightarrow Ry=\frac{-3}{2}\leq y\leq\frac{1}{4}$

D_f ⟵ مخرج صفر نشود

$x^2 - x + 1 \neq 0$ ← $\Delta < 0$ ← همیشه مثبت

$\Rightarrow D_f = R$

R_f ⟵

$y = \frac{x^2 - x + \frac{1}{4}}{x^2 - x + 1}$

$\Rightarrow yx^2 - xy + y = x^2 - x + \frac{1}{4}$

$\Rightarrow x^2 - yx^2 - x + xy + \frac{1}{4} - y = 0$

$\Rightarrow x^2(1-y) + x(y-1) + \frac{1}{4} - y = 0$

$\Delta \geq 0 \rightsquigarrow (y-1)^2 - 4(1-y)(\frac{1}{4}-y) \geq 0$

$y^2 + 1 - 2y - 4y^2 + 5y - 1 \geq 0 \rightsquigarrow -3y^2 + 3y \geq 0$

$x = \frac{-(y-1) \pm \sqrt{(y-1)^2 - 4(1-y)(\frac{1}{4}-y)}}{2(1-y)}$

$\Rightarrow y \neq 1$ II

$\Rightarrow$ I ∧ II ⟵ $R_f = [0, 1)$

۶

۲

الف) $y = |2x-2| - |x+3|$

$x \leq 1$	$1 < x \leq 3$	$x > 3$
$-2x+2-x-3$	$2x-2-x-3$	$2x-2-x-3$
$-3x-1$	$x-5$	$x+1$

$R_y = [-2, +\infty)$

ب) $y = |x-3| + |x+1|$

$x \leq -1$	$-1 < x \leq 3$	$x > 3$
$3-x-x-1$	$3-x+x+1$	$x-3+x+1$
$-2x+2$	4	$2x-2$

$R_y = [4, +\infty)$

$y(-3y+3) \geq 0$

$\Rightarrow [0, 1]$ I

۲

۷

$|x-2| - |2x+2| \geq 1$

$x \leq -1$	$-1 < x \leq 2$	$x > 2$
$2-x-2x-2$	$x-2-2x-2$	$x-2-2x-2$
$x+4$	$-3x$	$-x-4$

$x + 4 \geq 1$

$x \geq -3$

$(-3, 1)$

$(-5, 1)$

$(-\frac{1}{3}, 1)$

$y = 1$

$(-\infty, -5] \cup [-\frac{1}{3}, +\infty)$

۲

۱۱۷

۸

$x \in (-\infty, 3] \cup [-\frac{1}{3}, +\infty)$

الف) $y = [x] + [3-x]$

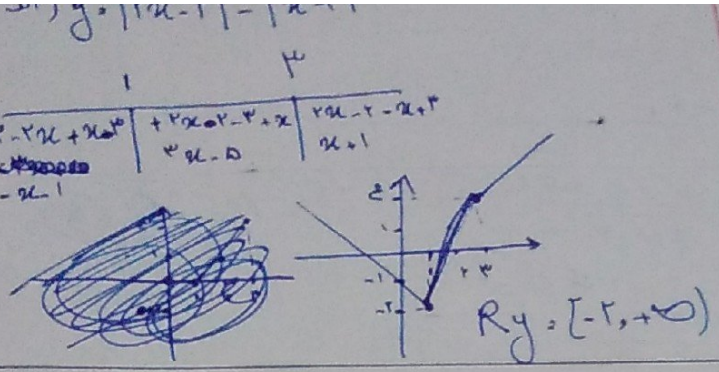
$-2 \leq x < -1 \rightsquigarrow 3 \geq y > 2$

$-1 \leq x < 0 \rightsquigarrow 3 > y \geq 2$

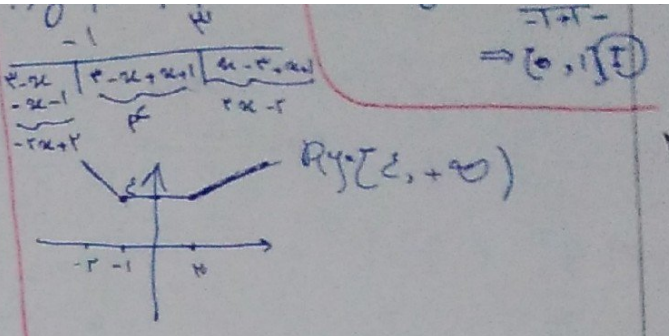
$y = 3x - [x]$

$-2 \leq x < -1 \rightsquigarrow -4 \leq y < -2$

$-1 \leq x < 0 \rightsquigarrow -2 \leq y < 0$



$R_y = [-2, +\infty)$



$R_y = [4, +\infty)$

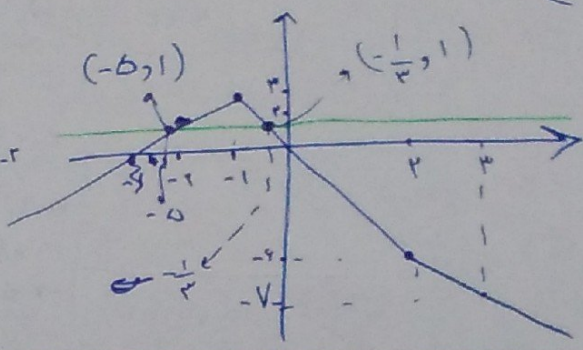
۷

$|x-2| - |2x+2| \geq 1$

(۲) (۱)

-1		2
$-x+2x+2$	$-x-2x-2$	$x-2-2x-2$
$x+4$	$-3x$	$-x-4$

$(-\infty, -5] \cup [-\frac{1}{3}, +\infty)$



۸

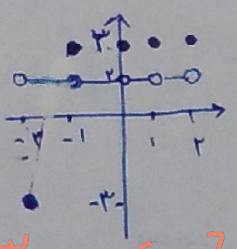
الف) $y = [x] + [3-x]$

$-2 \leq x < -1 \rightarrow -3 \geq y > 3$

$-1 \leq x < 0 \rightarrow 4 > y \geq 3$

$0 \leq x < 1 \rightarrow 3 \geq y > 3$

$1 \leq x \leq 2 \rightarrow 3 \geq y > 3$



$+3 \rightarrow R_y = \{3, 4\}$

تعریف نشده

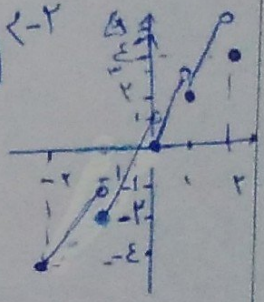
ب) $y = 3x - [x]$ (۱/۲۵)

$-2 \leq x < -1 \rightarrow -6 \leq y < -2$

$-1 \leq x < 0 \rightarrow -4 \leq y < 0$

$0 \leq x < 1 \rightarrow 0 \leq y < 2$

$1 \leq x < 2 \rightarrow 2 \leq y < 4$



(۱/۲۵)

۹

جواب نهایی $= [-6, 10)$

الف) $y = \sin^2 x - \sin x + 1$ (۱/۵)

$-1 \leq \sin x \leq 1$

$\sin x = -1 \Rightarrow 1 + 1 + 1 = 3$

$\sin x = 1 \Rightarrow 1 - 1 + 1 = 1$

$\sin x = \frac{-(-1)}{2(1)} = \frac{1}{2}$ و $y(\frac{1}{2}) = \frac{3}{4}$

$\Rightarrow R_y = [\frac{1}{4}, 3]$

$R_y = [\frac{3}{4}, 3]$

ب) $y = \sin^2 x + \sin^2 x + 1$ (۱/۵)

$0 \leq \sin^2 x \leq 1$

$\sin^2 x = 0 \Rightarrow 0 + 0 + 1 = 1$

$\sin^2 x = 1 \Rightarrow 1 + 1 + 1 = 3$

$\sin^2 x \neq \frac{-1}{2}$ $\Rightarrow R_y = [1, 3]$

۱۰