نام و نام خانوادگی [illegible] پاسخنامه تشریحی شماره ۳۰ کلاس ...

۱

$y=\frac{x^۲+x+۲}{x-۱} \rightarrow yx-y=x^۲+x+۲ \rightarrow x^۲+x-yx+y+۲$

$x^۲+x(۱-y)+y+۲$

$\rightarrow b^۲-۴ac\geq ۰ \rightarrow (۱-y)^۲-(۴\times(y+۲))\geq ۰$

$\rightarrow ۱+y^۲-۲y-۴y-۸\geq ۰ \rightarrow y^۲-۶y-۷\geq ۰$

$(y-۷)(y+۱)\geq ۰$

	-۱		۷	
+		−		+
ق				ق

$\rightarrow \boxed{(-\infty \quad -۱]\cup[۷ \quad +\infty)=R}$

۲

الف) $y=۲x^۲-۵x+۱$

$\frac{-\Delta}{۴a} \rightarrow \frac{-b^۲+۴ac}{۴a}$

$\frac{-۲۵+۸}{۸}=\frac{-۱۷}{۸}$

چون ضریب $x^۲$ مثبت است پس برد می‌شود

جواب $[-\frac{۱۷}{۸} \quad +\infty)$

ب) $y=\sqrt{-x^۲+۶x-۵}$

$\frac{-\Delta}{۴a} \rightarrow \frac{-b^۲+۴ac}{۴a}$

$\frac{-۳۶+۲۰}{-۴}=\frac{-۱۶}{-۴}=۴$

چون ضریب $x^۲$ منفی است بدون در نظر گرفتن رادیکال $(-\infty \quad ۴]$

برد با در نظر گرفتن رادیکال می‌شود $\Rightarrow$

جواب $[۰ \quad ۲]$

ج) $\sqrt{x^۳-۳x^۲+۴x+۱}$

چون بزرگترین توان فرد است بدون در نظر گرفتن رادیکال برد R می‌شود حال با وجود رادیکال برد ما شد

$R_f=[۰ \quad +\infty)$

د) $\log(x^۳-۶x^۲+۷x+۴)$

$R_f=(-\infty \quad +\infty)=R$

اگر از R log بگیریم داریم:

$\rightarrow (-\infty \quad +\infty)$

۳

الف) تابع هموگرافیک برد تابع هموگرافیک R بجز مجانب افقی

مجانب افقی $=\frac{۳}{۲}$

$R-\{\frac{۳}{۲}\}=R_f$

ب) تابع هموگرافیک است فقط چون زیر رادیکال است باید جذر بگیریم

$[۰ \quad +\infty)-\{۲\}=R_f$

ج) $y=\frac{x^۲+۴}{\sqrt{x^۲+۳}}$

$\rightarrow \frac{x^۲+۳+۱}{\sqrt{x^۲+۳}} \underset{\text{تفکیک}}{=} \sqrt{x^۲+۳}+\frac{۱}{\sqrt{x^۲+۳}}$

$\sqrt{۳}+\frac{\sqrt{۳}}{۳}=\frac{۴\sqrt{۳}}{۳}$

$R_f=[\frac{۴\sqrt{۳}}{۳} \quad +\infty)$

د) $x^۲+\frac{۱}{x^۲+۴}$

$\rightarrow x^۲+۴+\frac{۱}{x^۲+۴}-۴$

$a+\frac{۱}{a}\ ,\ a>۰\ ,\ a\neq ۱$

$R_f=[\frac{۱}{۴} \quad +\infty)$

پس کمترین میزان a برابر ۴ است

$x^۲+۴=۰ \rightarrow x^۲=۰$

۴

روش اصلی: $yx^۲-y=۳x^۲+۴$

$yx^۲-۳x^۲=۴+y$

$x^۲(y-۳)=۴+y$

$x^۲=\frac{۴+y}{y-۳}$

$\Rightarrow x=\pm\sqrt{\frac{۴+y}{y-۳}}$

$\Rightarrow \frac{y+۴}{y-۳}\geq ۰$

	-۴		۳	
+		−		+

$\Rightarrow R_f=(-\infty \quad -۴]\cup(۳ \quad +\infty)$

روش عملی $y=\frac{۳x^۲+۴}{x^۲-۱} \xrightarrow{min} x^۲=۰ \rightarrow \frac{۴}{-۱}=-۴$

$\xrightarrow{max} x^۲=+\infty \rightarrow \frac{۳(\cancel{\infty})+۴}{\cancel{\infty}-۱}=$ ناچیز

$\rightarrow R_f=(-\infty \quad -۴)\cup(۳ \quad +\infty)$

۵

روش اصلی

$y=\frac{۲\sin x-۱}{\sin x+۳} \rightarrow$ اصلی: $y\sin x+۳y=۲\sin x-۱$

$\sin x(y-۲)=۳y-۱ \rightarrow \sin x=\frac{۳y+۱}{۲-y}$

$-۱\leq\frac{۳y+۱}{۲-y}\leq ۱$

۱) $-۲+y\leq ۳y+۱ \rightarrow -۳\leq ۲y \rightarrow y\geq -\frac{۳}{۲}$

۲) $۳y+۱\leq ۲-y \rightarrow ۴y\leq ۱ \rightarrow y\leq \frac{۱}{۴}$

$R_f=[-\frac{۳}{۲} \quad \frac{۱}{۴}]$

روش عملی

$y=\frac{۲\sin x-۱}{\sin x+۳} \rightarrow$ $min=-۱ \rightarrow -\frac{۳}{۲}$, $max=۱ \rightarrow \frac{۱}{۴}$

$\sin x\neq -۳$

$R_f=[-\frac{۳}{۲} \quad \frac{۱}{۴}]$

$\frac{x^۲ - x + \frac{۱}{۴}}{x^۲ - x + ۱}$ $D_f \rightarrow x^۲ - x + ۱ \neq ۰$ $\Delta < ۰$ هیچگاه صفر نمی‌شود

$\hookrightarrow D_f = \mathbb{R}$

۶ $\frac{x^۲ - x + \frac{۱}{۴}}{x^۲ - x + ۱} \longrightarrow \frac{(x - ۱/۲)^۲}{(x - ۱/۲)^۲ + ۳/۴} = y \longrightarrow y(x - ۱/۲)^۲ + ۳/۴\, y = (x - ۱/۲)^۲$

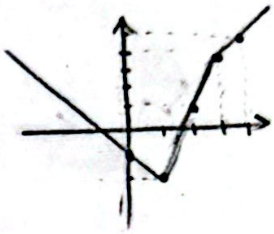
$\rightarrow (y - ۱)(x - ۱/۲)^۲ = -۳/۴\, y \longrightarrow (x - \frac{۱}{۲})^۲ = \frac{۳/۴\, y}{۱ - y}$

$\frac{۳y}{۴ - ۴y} \geq ۰$ $\frac{\quad ۰ \quad\quad ۱ \quad}{-\quad + \quad -}$ $\longrightarrow R_f = [۰ \quad ۱)$

---

۷ الف) $|۲x - ۲| - |x - ۳|$

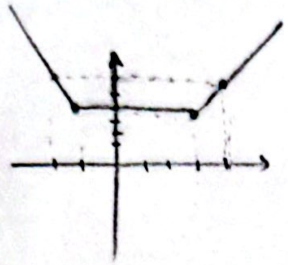
ریشه‌های درون قدر مطلق و یک عدد قبل و بعد آن را می‌دهیم و بعد شکلش را رسم می‌کنیم



۰	۱	۲	۳	۴
−۱	−۲	۱	۴	۵

$R_f = [-۲ \quad +\infty)$

ب) $|x - ۳| + |x + ۱|$



$R = [۴ \quad +\infty)$

---

۸ $|x - ۲| - |۲x + ۲| \leq ۱$

$-۱ \quad\quad ۲$

$۲ - x + ۲x + ۲ \leq ۱$	$۲ - x - ۲x - ۲ \leq ۱$	$x - ۲ - ۲x - ۲ \leq ۱$
$x + ۴ \leq ۱$	$-۳x \leq ۱$	$-x \leq ۵$
اشتراک $\begin{cases} x \leq -۳ ✓ \\ x < -۱ ✓ \end{cases}$	$\underbrace{x \geq -۱/۳}$	اشتراک $\begin{cases} x \geq -۵ ✓ \\ x \geq ۲ ✓ \end{cases}$
$\boxed{x \leq -۳}$	$-۱/۳ \leq x < ۲$ $-۱ \leq x < -۱/۳$ [illegible]	$x \geq ۲$

$\longrightarrow (-\infty \quad -۳] \cup [۱/۳ \quad +\infty)$

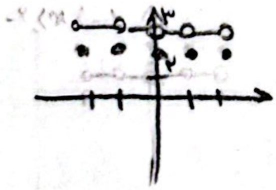
---

۹ الف) $y = [x] + [۳ - x]$

$\rightarrow [x] + ۳ + [-x] \rightarrow y = [x] + [-x] + ۳$

$x \in Z = ۳$

$x \notin Z = ۲$



$R_f = \{۲, ۳\}$

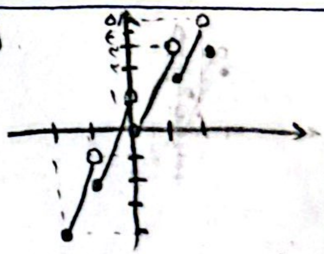
ب) $۳x - [x]$

$\rightarrow -۲ \leq x < -۱$
$۳x + ۲$

$\rightarrow -۱ \leq x < ۰$
$۳x + ۱$

$\rightarrow ۰ \leq x < ۱$
$۳x$

$\rightarrow ۱ \leq x < ۲$
$۳x - ۱$



$R_f = [-۴, ۵)$

$\rightarrow x = ۲ \quad ۶ - ۲ = ۴$

---

۱۰ الف) $y = \sin^۲ x - \sin x + ۱$

$\xrightarrow{\min} \sin x = -۱ \rightarrow ۱ + ۱ + ۱ = ۳$

$\xrightarrow[\max]{} \sin x = ۱ \rightarrow \cancel{۱} - \cancel{۱} + ۱ = ۱$

$\xrightarrow{\frac{-b}{۲a}} \sin x = ۱/۲ \rightarrow ۱/۴ - ۲/۴ + ۴/۴ = \frac{۳}{۴}$

$R_f = [۳/۴ \quad ۳]$

ب) $y = \sin^۴ x + \sin^۲ x + ۱$

$\xrightarrow{\min} \sin^۲ x = ۰ \rightarrow ۰ + ۰ + ۱ = ۱ ✓$

$\xrightarrow{\max} \sin^۲ x = ۱ \rightarrow ۱ + ۱ + ۱ = ۳ ✓$

$\xrightarrow{\frac{-b}{۲a}} \sin^۲ x = -۱/۲$
غ ق ق

$R_f = [۱ \quad ۳]$