DATE / /   SUBJECT :   سحر کردی

۱)

$xy - y = x^2 + x + 2 \rightarrow x^2 + (x)(1-y) + (2+y) = 0$

$\Delta \geq 0 \rightarrow (1-y)^2 + (-4)(2+y) \geq 0 \rightarrow 1 + y^2 - 2y - 8 - 4y \geq 0$

$y^2 - 6y - 7 \geq 0 \rightarrow (y-7)(y+1) \geq 0$ $-1 \quad 7$; $+ \ \circ \ - \ \circ \ +$ $R_f : \mathbb{R} - (-1, 7)$

۲)

الف) $x_{ext} = \frac{5}{4}$ $y_{ext} = 2 + \frac{25}{16} - \frac{25}{4} + 1 = \frac{-17}{8}$

$R_f : [\frac{-17}{8}, +\infty)$

ب) $y = \sqrt{f(x)} \longrightarrow R_{f(x)}:$ $x_{ext} = \frac{-6}{-2} = 3$ $y_{ext} = 4$

$R_f = (-\infty, 4]$

جذر

$R_{\sqrt{f(x)}} = [0, 2]$

ج) $y = \sqrt{f(x)}$ چون برد تابع $f(x)$ به دست آمد $\mathbb{R}$ ، $f(x)$
هست حال ازش جذر میگیریم ← $R_{\sqrt{f(x)}} = [0, +\infty)$

د) $\underbrace{x^3 - 6x^2 + 7x + 4}_{f(x)} > 0 \rightarrow f(x) > 0$

چون برد تابع $f(x)$ به دست آمد برد $f(x)$ $\mathbb{R}$ است
حال اگر بخواهیم بزرگتر از صفر باشد برد عبارت جدید : $(0, +\infty)$

$0 < f(x) < +\infty \xrightarrow[\text{صعودی}]{\log_{10}} \underbrace{\log_{10} 0}_{-\infty} < \log f(x) < \underbrace{\log_{10} +\infty}_{+\infty}$

$R_{\log f(x)} = \mathbb{R}$

NOTEBOOK iman

DATE / / SUBJECT :

الف) $R = \mathbb{R} - \{$مجانب افقی$\}$ ۳

مجانب افقی عدد بی‌نهایت است $\lim_{x \to +\infty} \frac{3x+1}{2x-6} = \frac{3}{2}$

$R = \mathbb{R} - \{\frac{3}{2}\}$

ب) $\sqrt{f(x)}$

ابتدا برد $f(x)$ را بدست می‌آوریم

$\downarrow$

$R_{f(x)} = \mathbb{R} - \{$مجانب افقی$\}$

$\downarrow$

$\lim_{x \to +\infty} \frac{4x+1}{x+2} = 4$

$\downarrow$

$R_{f(x)} = \mathbb{R} - \{4\}$

$\downarrow$

حالا از حذف اعداد منفی برد $\sqrt{f(x)}$ را بدست آوریم:

$R_{\sqrt{f(x)}} = [0, +\infty) - \{2\}$

ج) $y = \frac{x^2+3+1}{\sqrt{x^2+3}} = \sqrt{x^2+3} + \frac{1}{\sqrt{x^2+3}}$

عبارت $\sqrt{x^2+3}$ همواره بزرگتر یا مساوی $\sqrt{3}$ است پس مینیمم آن $\sqrt{3}$ خواهد شد. بنابراین:

$\min(\sqrt{x^2+3}) \Longrightarrow x^2 \geq 0 \rightarrow x^2+3 \geq 3 \xrightarrow{\text{جذر}} \sqrt{x^2+3} \geq \sqrt{3}$

$\rightarrow \min(\sqrt{x^2+3}) = \sqrt{3}$

$R_{f(x)} = [\sqrt{3} + \frac{1}{\sqrt{3}}, +\infty)$

د) $y = \left(x^2+4 + \dfrac{1}{x^2+4}\right) - 4$

x^2+4 هیچوقت نمی‌تواند ۰ باشد. لذا کمترین مقدار x^2+4 را بدست می‌آوریم که می‌شود ۴ (به ازای $x^2=0$)

$$R_f = \left[4 + \frac{1}{4} - 4 \ , +\infty\right) \longrightarrow R_f = \left[\frac{1}{4} , +\infty\right)$$

ه) روش اصلی: $y\sin x + 3y = 2\sin x - 1$

$$\sin x\,(y-2) = -1 - 3y$$

$$\sin x = \frac{-1-3y}{y-2}$$

$$\underbrace{-1 \leq \frac{-1-3y}{y-2}}_{①} \ \underbrace{\leq 1}_{②}$$

①: $\dfrac{-1-3y}{y-2} \geq -1 \longrightarrow \dfrac{-1-3y+y-2}{y-2} \geq 0 \longrightarrow \dfrac{-2y-3}{y-2} \geq 0$

	$-\frac{3}{2}$		2	
$-$	0	$+$	ت ن	$-$

$\Rightarrow \quad y \in \left[-\frac{3}{2} , 2\right)$

②: $\dfrac{-1-3y}{y-2} \leq 1 \longrightarrow \dfrac{-1-3y-y+2}{y-2} \leq 0 \longrightarrow \dfrac{-4y+1}{y-2} \leq 0$

	$\frac{1}{4}$		2	
$-$	0	$+$	ت ن	$-$

$\left(-\infty , \frac{1}{4}\right] \cup \left(2 , +\infty\right)$

$$① \cap ② \longrightarrow R_f = \left[-\frac{3}{2} , \frac{1}{4}\right]$$

(روش دوم) $y=\dfrac{3\sin x-1}{\sin x+3}$

کمترین مقدار $\sin x$: $-1 \longrightarrow y=\dfrac{-3}{2}$

بیشترین مقدار $\sin x$: $1 \longrightarrow y=\dfrac{1}{4}$

(مخرج نمی‌تواند صفر شود

$R_f=\left[-\dfrac{3}{2},\dfrac{1}{4}\right]$

$y=\dfrac{3x^2+4}{x^2-1}$ (۴

روش اصلی: $x^2y-y=3x^2+4 \longrightarrow x^2(y-3)+(-y-4)=0$

$\Delta\geq 0 \longrightarrow (-4)(y-3)(-y-4)\geq 0 \longrightarrow (y-3)(4y+16)\geq 0$

-4		3	
+	0	-	0 +

$R_f=(-\infty,-4]\cup[3,+\infty)$

(روش دوم) کمترین مقدار $x^2=0 \longrightarrow y=-4$

بیشترین مقدار $x^2=+\infty \longrightarrow y=3$

مخرج می‌تواند صفر شود $\longrightarrow$ پس داریم

$R_f=(-\infty,-4]\cup[3,+\infty)$

$f(x)=\dfrac{x^2-x+\frac{1}{4}}{x^2-x+1}$ (۶

$D_{f(x)}$: $x^2-x+1\neq 0$

$\Delta<0 \longrightarrow$ مخرج ریشه ندارد و صفر نمی‌شود

$\longrightarrow D_{f(x)}=\mathbb{R}$

$R_{f(x)}$: $y = \dfrac{x^2 - x + \frac{1}{4}}{x^2 - x + 1} = \dfrac{\square + \frac{1}{4}}{\square + 1}$

کمترین مقدار $x^2 - x$ $\longrightarrow$ $x_{ext} = \frac{1}{2}$, $y_{ext} = -\frac{1}{4}$ $\longrightarrow$ کمترین مقدار $(x^2 - x) = -\frac{1}{4}$ $\longrightarrow f(x) = 0$

بیشترین مقدار $x^2 - x$ $\longrightarrow +\infty \longrightarrow f(x) = 1$

مخرج نمی‌تواند صفر شود $\longrightarrow$ $[0, 1)$

---

۲)

الف) $y = |2x - 2| - |x - 3|$

۱ ، ۳

$-2x + 2 + x - 3 = -x - 1$ | $2x - 2 + x - 3 = 3x - 5$ | $2x - 2 - x + 3 = x + 1$

$x \leq 1$
$-x \geq -1$
$-x - 1 \geq -2$
$\downarrow$
$y \geq -2$ (I)

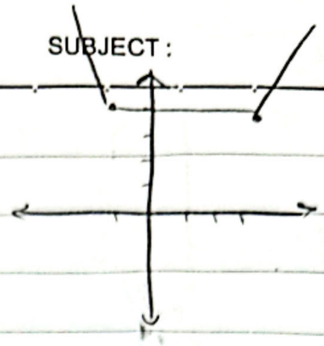
$1 \leq x \leq 3$
$3 \leq 3x \leq 9$
$-2 \leq 3x - 5 \leq 4$
$\downarrow$
$-2 \leq y \leq 4$ (II)

$x \geq 3 \longrightarrow x + 1 \geq 4$
$\downarrow$
$y \geq 4$ (III)

$(I) \cup (II) \cup (III)$: $R = [-2, +\infty)$

DATE / / SUBJECT :

ب) $y = |x-3| + |x+1|$



$R_f : [4, +\infty)$

---

۸) $|x-2| - |2x+2| \le 1$

$-1 \qquad 2$

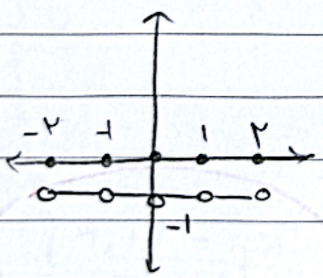
$-x+2+2x+2 \le 1$ | $-x+2-2x-2 \le 1$ | $x-2-2x-2 \le 1$
$x+4 \le 1$ | $-3x \le 1$ | $-x-4 \le 1$
$x \le -3 \xrightarrow{\cap\, x \le -1}$ | $x \ge -\frac{1}{3}$ | $-5 \le x \xrightarrow{\cap\, x \ge 2}$ $x \ge 2$ (III)
$x \le -3$ (I) | $\xrightarrow{\cap\, -1 \le x \le 2}$ $[-\frac{1}{3}, 2]$ (II) |

$(I) \cup (II) \cup (III) : \quad x \in (-\infty, -3] \cup [-\frac{1}{3}, +\infty)$

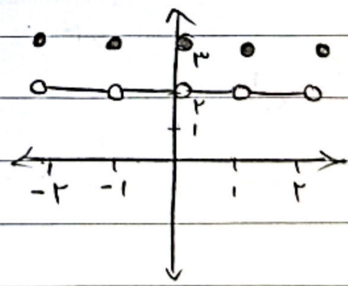
---

۹)

الف) $y = [x] + [3-x] = [x] + 3 + [-x]$



انتقال ۳ به بالا



$R_{f(x)} = \{2, 3\}$

ب) $= 3x - [x]$

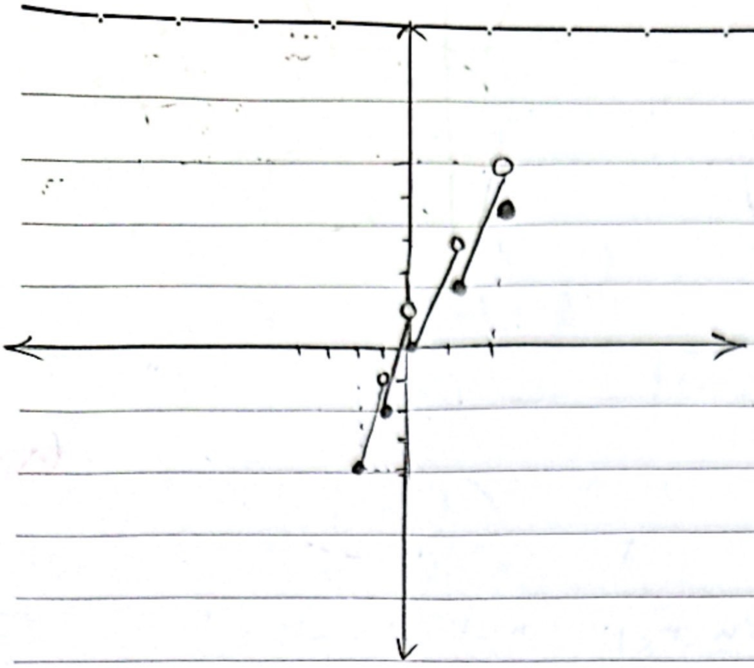
$y' = 3 \rightarrow$ پس گسسته پاره خط با شیب ۳ داریم

$x = -2 \rightarrow y = -4 \qquad x = 0 \rightarrow y = 0$

$x = -1 \rightarrow y = -2 \qquad x = 1 \rightarrow y = 2$

$x = 2 \rightarrow y = 4$

SUBJECT :



$R_{f(x)} = [-4, 5)$

(10

$y = \sin^2 x - \sin x + 1$

$\text{Min } \sin x = -1 \rightarrow y = 3$

$\text{Max } \sin x = +1 \rightarrow y = 1$

$R_f = [\frac{3}{4}, 1]$

$\sin x = \frac{-b}{2a} = \frac{1}{2} \rightarrow y = \frac{3}{4}$

$y = \sin^4 x + \sin^2 x + 1$

$\text{Min } \sin^2 x = 0 \rightarrow y = 1$

$\text{Max } \sin^2 x = 1 \rightarrow y = 3$

$R_f = [1, 3]$

$\sin^2 x = \frac{-b}{2a} = \frac{-1}{2} \rightarrow$ x غیرقابل قبول