حسابان - دوازدهم دختر A

۱۸٫۷۵

① ۲

$y=\frac{x^2+x+2}{x-1}$ $\quad yx-y=x^2+x+2$ $\quad x^2+x(1-y)+2+y$ $\quad x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

$x=\frac{-1+y\pm\sqrt{(1-y)^2-4(2+y)}}{2}\to\Delta\geq0$ $\quad (1-y)^2-4(y+2)\geq0$ $\quad 1+y^2-2y-4y-8\geq0$

$y^2-6y-7\geq0$ $\quad (y-7)(y+1)\geq0$ $\quad + \ -1\ - \ 7\ +$ $\quad \boxed{R_f=(-\infty,-1]\cup[7,+\infty)}$

---

② ۱٫۲۵

$y=2x^2-5x+1 \longrightarrow -\frac{b}{2a}=\frac{5}{4}\xrightarrow[\text{گذاری}]{\text{جای}} \underbrace{2\times\frac{25}{16}-\frac{25}{4}+1}\Rightarrow-\frac{17}{8}$ $\quad \boxed{R_f=[-\frac{17}{8},+\infty)}$

$y=\sqrt{-x^2+6x\pm5}$ ۰٫۲۵ $\quad -\frac{b}{2a}$ $\quad -\frac{6}{-2}=3\to \frac{-9+18+5}{14}\to$ ۴ $\quad \Rightarrow R_f=\sqrt{(-\infty,14]}$ $\quad \boxed{R_f=[0,\sqrt{14}]}$

$R_f=[0,\sqrt{14}]$

$y=\sqrt{x^7-3x^2+4x+1}$ $\quad R_f=\sqrt{\mathbb{R}}$ $\quad \boxed{R_f=[0,+\infty)}$

$\log x^3-6x^4+7x+4$ $\quad \log^{\mathbb{R}}\to \boxed{R_f=(-\infty,+\infty)}$

برد توابع چندجمله ای با بزرگ ترین فرد، IR می باشد

---

③ ۱٫۷۵

$y=\frac{3x+1}{2x-6}$ $\quad 2yx-6y=3x+1$
$2yx-3x=6y+1$ $\quad x(2y-3)=6y+1$ $\quad x=\frac{6y+1}{2y-3}$ $\quad \boxed{R_f=\mathbb{R}-\{\frac{3}{2}\}}$

$y=\sqrt{\frac{4x+1}{x-2}}$ ۰٫۲۵ $\quad y=\frac{4x+1}{x-2}$ $\quad yx-2y=4x+1$
$yx-4x=2y+1$ $\quad x(y-4)=2y+1$ $\quad x=\frac{2y+1}{y-4}$ $\quad R_f\sqrt{\mathbb{R}-\{4\}}$ $\quad \sqrt{4}=2$

$\boxed{R_f=[0,+\infty)-\{4\}}$ $\quad [0,+\infty)-\{2\}$

$y=\frac{x^2+4}{\sqrt{x^2+3}}\to\sqrt{x^2+3}+\frac{1}{\sqrt{x^2+3}}$ $\quad \frac{a+\frac{1}{a}\quad \text{طبق اصل}}{\text{If } a>0\xrightarrow{\text{برد}}[2,+\infty)}$

اما از آن جایی که اینجا کمترین مقدار a می تواند √۳ باشد پس برد از ۲ نیست

$\sqrt{3}+\frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{4}{\sqrt{3}}$ $\quad \boxed{R_f=[\frac{4}{\sqrt{3}},+\infty)}$

$y=x^2+\frac{1}{x^2+4}\to x^2+4+\frac{1}{x^2+4}-4\xrightarrow[a=4\ \text{است}]{\text{کمترین مقدار}} 4+\frac{1}{4}-\cancel{4}\to\frac{1}{4}$ $\quad \boxed{R_f=[\frac{1}{4},+\infty)}$

$a=x^2+4\xrightarrow{x=0}a=4$

---

④ ۲

$y=\frac{3x^2+4}{x^2-1}$ روش اصلی: $\quad yx^2-y=3x^2+4$ $\quad x^2(y-3)=y+4$ $\quad x=\sqrt{\frac{y+4}{y-3}}$ $\quad + \ -4\ - \ 3\ +$

$R_f=(-\infty,-4]\cup[3,+\infty)$

روش دوم $=\frac{3x^2+4}{x^2-1}$

کمترین مقدار x^2 $\downarrow$ 0 $\downarrow$ -4 — جای گذاری می کنیم — بیشترین مقدار x^2 $\downarrow$ ∞ $\downarrow$ 3

چون مخرج می تواند با ۱- صفر شود پس برد بین این ۲ عدد است $\longrightarrow$ $R_f=(-\infty,-4]\cup[3,+\infty)$

۵

$y=\frac{2\sin x-1}{\sin x+3}$ روش ۲ : $\frac{2\sin x-1}{\sin x+3}$

کمترین مقدار $\sin x$ → -1

بیشترین مقدار $\sin x$ → 1

$\to -1 \to \frac{-2-1}{-1+3}=-\frac{3}{2}$

$\to 1 \to \frac{2-1}{1+3}=\frac{1}{4}$

مخرج نمی تواند صفر شود چون باید $\sin x=-3$ باشد که امکان پذیر نیست

پس بین این ۲ عدد است

$R_f=[-\frac{3}{2},\frac{1}{4}]$

۲

روش اصلی : $y=\frac{2\sin x-1}{\sin x+3}$ $\quad y\sin x+3y=2\sin x-1 \quad \sin x(y-2)=-1-3y$

$\sin x=\frac{-1-3y}{y-2} \quad -1\le\frac{-1-3y}{y-2}\le1 \quad \frac{-1-3y-y+2}{y-2}\le0 \quad \frac{1-4y}{y-2}\le0$

	$\frac14$		2	
$-$		$+$		$-$

$(-\infty,\frac14]$ $[2,+\infty)$

$\frac{-1-3y+y-2}{y-2}\ge0 \quad \frac{-2y-3}{y-2}\ge0$

	$-\frac32$		2	
$-$		$+$		$-$

$[-\frac32,2]$

①∩②

$\to R_f=[-\frac32,\frac14]$

۶ چون مخرج به ازای هیچ عددی صفر نمی شود داریم $\Rightarrow x^2-x+1=0\to\Delta<0$ پس $D_f=\mathbb{R}$

۱/۷۵

$y=\frac{x^2-x+\frac14}{x^2-x+1}$

برد : $yx^2-yx+y=x^2-x+\frac14 \quad x^2(y-1)+x(-y+1)+y-\frac14$

$x=\frac{y-1\pm\sqrt{(1-y)^2-(4y-1)(y-1)}}{2y-2}\to\Delta\ge0 \quad \cancel{1}+y^2-2y-4y^2+4y+y-\cancel{1}\ge0 \quad -3y^2+3y\ge0$

$2y-2\ne0\to y\ne1$

$3y(-y+1)\ge0$

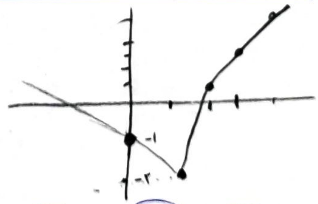
	0		
$-$		$+$	$-$

$R_f=[0,1]$ → $R_f=[0,1)$

۷

$y=|2x-2|-|x-3|$

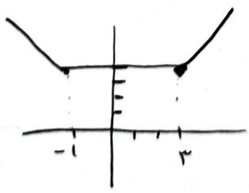
x	0	1	2	3	4
y	-1	-2	1	4	5



$R_f=[-2,+\infty)$

۲

$y=|x-3|+|x+1|$ تابع گلدانی →



$R_f=[4,+\infty)$

۸

$y=|x-2|-|2x+2|\le1$

	-1	2
$-x+2+2x+2\le1$	$-x+2-2x-2\le1$	$x-2-2x-2\le1$
$x+4\le1$	$-3x\le1$	$-x-4\le1$
$x\le-3$	$x\ge-\frac13$	$-x\le5$
		$x\ge-5$

۱/۵

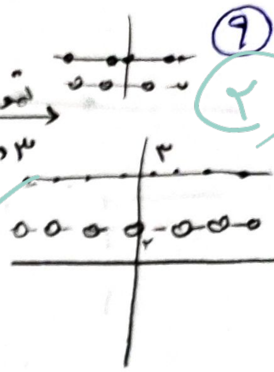
①∩②∩③

جواب : $[-5,-3]\cup[-\frac13,+\infty)$

بازه 8 $[-۲,۲]$

(۹)

$y=[x]+[۳-x] \rightarrow$ عدد صحیح را بیرون می آوریم $\rightarrow [x]+[-x]+۳ \xrightarrow[\text{۳ واحد بالا رفته}]{\text{نمودار } [x]+[-x]}$



$R_f=\{۲,۳\}$: جواب دقیق

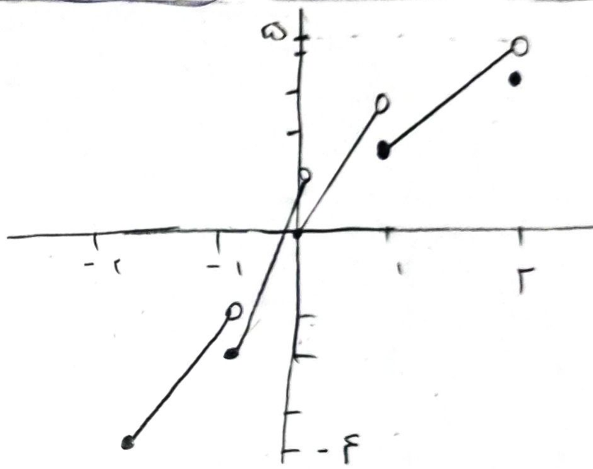
$R_f=(۲,۳]$

۲

$y=۳x-[x]$

$۳x+۲$	$-۲\leq x<-۱$	$-۲ \;\; -۴$	$-۱ \;\; -۱$
$۳x+۱$	$-۱\leq x<۰$	$-۲ \;\; -۲$	$۰ \;\; ۱$
$۳x$	$۰\leq x<۱$	$۰ \;\; ۰$	$۱ \;\; ۳$
$۳x-۱$	$۱\leq x<۲$	$۱ \;\; ۲$	$۲ \;\; ۵$
$۳x-۲$	$x=۲$	$۲ \;\; ۴$	

$R=[-۴,۵)$



---

(10)

$y=\sin^۲x-\sin x+۱$

$\sin x=۱ \rightarrow ۱-۱+۱ \rightarrow ۱$

$\sin x=-۱ \rightarrow ۱+۱+۱ \rightarrow ۳$ max

$-\frac{b}{۲a}=\frac{۱}{۲}$ min $\longleftrightarrow f(\frac{۱}{۲})=\frac{۳}{۴}$

$R_f=[\frac{۳}{۴},۳]$

$R_f=[\frac{۱}{۲},۳]$

۲

$y=\sin^۴x+\sin^۲x+۱$

$\sin^۲x=۰ \rightarrow ۰+۰+۱ \rightarrow ۱$

$\sin^۲x=۱ \rightarrow ۱+۱+۱ \rightarrow ۳$

$-\frac{b}{۲a} \rightarrow \frac{-۱}{۲}$ ✗

$R_f=[۱,۳]$