نام و نام خانوادگی ......[illegible]........ پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ...۲... کلاس .ریاضی دهم A........

۱

$y=\frac{x^2+x+2}{x-1} \Rightarrow yx-y=x^2+x+2$

$\Rightarrow x^2+(1-y)x+(2+y)=0 \longrightarrow x=\frac{-(1-y)\pm\sqrt{\Delta}}{2\times 1}$

$\Rightarrow \Delta\geq 0 \Rightarrow (1-y)^2-4(2+y)\geq 0$

$y^2-2y+1-8-4y\geq 0 \Rightarrow y^2-6y-7\geq 0 \Rightarrow (y-7)(y+1)\geq 0 \xrightarrow{\text{تعیین علامت}} \begin{array}{ccccc} & -1 & & 7 & \\ + & 0 & - & 0 & + \end{array}$

$R_f=(-\infty,-1]\cup[7,+\infty)$

۲

الف) $y=2x^2-5x+1 \Rightarrow$ تابع دارای min است

$x_{min}=\frac{-(-5)}{4}=\frac{5}{4}$ ↳ $R_f=[y_{min},+\infty)$

$y_{min}=2\times\frac{25}{16}-5\times\frac{5}{4}+1=\frac{-17}{8} \Rightarrow [\frac{-17}{8},+\infty)$

ب) $y=\sqrt{-x^2+6x-5} \xrightarrow{\text{دارای max}} \sqrt{(-\infty,y_{max}]}$ (زیر رادیکال)

$x_{max}=\frac{-6}{-2}=3$

$y_{max}=-9+18-5=4 \Rightarrow \sqrt{(-\infty,4]} \Rightarrow R_f=[0,2]$

ج) $y=\sqrt{x^7-3x^3+4x+1}$ بزرگترین توان فرد $\Rightarrow$ زیر رادیکال $\sqrt{R}$

$\Rightarrow \sqrt{R}=[0,+\infty)=R_f$

د) $\log(x^3-6x^2+7x+4)$ شرط $(0,+\infty)$ را می‌پذیرد. (بزرگترین توان فرد است!) $\Rightarrow R_f=R$

۳

الف) $y=\frac{3x+1}{2x-6} \rightarrow 2yx-6y=3x+1$

$(3-2y)x=-(1+6y)$ $\boxed{R_f=R-\{\frac{3}{2}\}}$

$\Rightarrow x=\frac{-(1+6y)}{3-2y} \xrightarrow{\text{مخرج}\neq 0} 3-2y\neq 0 \Rightarrow y\neq\frac{3}{2}$

ب) $y=\sqrt{\frac{4x+1}{x-2}} \Rightarrow R=\sqrt{R_{\text{زیر رادیکال}}} \Rightarrow R=[0,+\infty)-\{2\}$

$R_{\text{زیر رادیکال}} \Rightarrow yx-2y=4x+1 \Rightarrow (4-y)x=-(1+2y)$

$\Rightarrow x=\frac{-(1+2y)}{4-y} \xrightarrow{\text{مخرج}\neq 0} 4-y\neq 0 \Rightarrow y\neq 4 \Rightarrow R_{\text{زیر رادیکال}}=R-\{4\}$

ج) $y=\frac{x^2+4}{\sqrt{x^2+3}} \Rightarrow \sqrt{x^2+3}+\frac{1}{\sqrt{x^2+3}}$, $a+\frac{1}{a}=\frac{4\sqrt{3}}{3} \Rightarrow R=[\frac{4\sqrt{3}}{3},+\infty)$

$a+\frac{1}{a}\geq 2$ ($a>0$, $a=1$ اتفاق نمی‌افتد) $\longrightarrow \min\sqrt{x^2+3}=\sqrt{3}$

د) $y=x^2+\frac{1}{x^2+4}=(x^2+4+\frac{1}{x^2+4})-4$

در این بازه $\rightarrow \min(x^2+4)=0+4=4 \Rightarrow 4+\frac{1}{4}=\frac{17}{4} \Rightarrow [\frac{17}{4},+\infty)$

↳ $(x^2+4+\frac{1}{x^2+4})-4 \Rightarrow \boxed{[\frac{1}{4},+\infty)}=R_f$

۴

$y=\frac{3x^2+4}{x^2-1}$

روش اصلی $\Rightarrow yx^2-y=3x^2+4$

$\Rightarrow (3-y)x^2=-(4+y)$

$\Rightarrow x^2=\frac{y+4}{y-3} \Rightarrow x=\pm\sqrt{\frac{y+4}{y-3}} \xrightarrow[\text{علامت}]{\text{تعیین}} \begin{array}{ccccc} & -4 & & 3 & \\ + & 0 & - & \varnothing & + \end{array}$

$\Rightarrow R=(-\infty,-4]\cup(3,+\infty)$

$y=\frac{3x^2+4}{x^2-1}$ $\frac{a}{c}\notin R \Rightarrow y\neq 3$

طبق تذکر ۲ $\rightarrow \max(x^2)=+\infty \Rightarrow y=3$

↳ $\min(x^2)=0 \Rightarrow y=-4$

$x^2-1=0 \Rightarrow x=\pm 1 \Rightarrow$ مخرج $=0$ (خارج دو مورد)

$\Rightarrow R=(-\infty,-4]\cup(3,+\infty)$

۵

$y=\frac{2\sin x-1}{\sin x+3}$ اشتراک دو بازه $\boxed{[-\frac{3}{2},\frac{1}{4}]=R_f}$

روش اصلی $\Rightarrow y\sin x+3y=2\sin x-1$

$(2-y)\sin x=1+3y \Rightarrow \sin x=\frac{1+3y}{2-y}$

(مخرج $\neq 0$) $\frac{1+3y-2+y}{2-y}\leq 0 \Rightarrow \frac{4y-1}{2-y}\leq 0 \longrightarrow \begin{array}{ccccc} & \frac{1}{4} & & 2 & \\ - & 0 & + & \varnothing & - \end{array}$

$-1\leq\frac{1+3y}{2-y}\leq 1$

↳ $0\leq\frac{1+3y+2-y}{2-y} \Rightarrow 0\leq\frac{2y+3}{2-y} \longrightarrow \begin{array}{ccccc} & -\frac{3}{2} & & 2 & \\ - & 0 & + & \varnothing & - \end{array}$

$y=\frac{2\sin x-1}{\sin x+3}$

طبق تذکر ۲ $\longrightarrow \max(\sin x)=1 \Rightarrow \frac{2-1}{1+3}=\frac{1}{4}$

↳ $\min(\sin x)=-1 \Rightarrow \frac{-2-1}{-1+3}=\frac{-3}{2}$

$\sin x+3\neq 0 \Rightarrow$ بین دو عدد

$\Rightarrow R_f=[-\frac{3}{2},\frac{1}{4}]$

۶

$f(x)=\dfrac{x^2-x+\frac{1}{4}}{x^2-x+1} \xrightarrow{\text{مخرج} \neq 0} x^2-x+1\neq 0 \rightarrow \begin{matrix} a>0 \\ \Delta<0 \\ (1-4)\end{matrix} \Rightarrow$ همواره + $\Rightarrow \boxed{D_f=\mathbb{R}}$

$y=\dfrac{x^2-x+\frac{1}{4}}{x^2-x+1} \Rightarrow yx^2-yx+y=x^2-x+\frac{1}{4}$

$\Rightarrow (1-y)x^2+(y-1)x+(\frac{1}{4}-y)=0 \Rightarrow x=\dfrac{-(y-1)\pm\sqrt{\Delta}}{2(1-y)} \rightarrow \Delta\geq 0 \rightarrow (y-1)^2-4\underbrace{(\tfrac{1}{4}-y)(1-y)}_{(y-\frac{1}{4})(y-1)}\geq 0$

$\hookrightarrow 1-y\neq 0 \rightarrow y\neq 1$

$\Rightarrow (y-1)(y-\cancel{1}-4y+\cancel{1}) \Rightarrow -3y(y-1)\geq 0$

تعیین علامت: $\begin{array}{ccc} & 0 & 1 \\ - & + & - \end{array}$

اشتراک $\boxed{R_f=[0,1)}$

۷

الف) $y=|2x-2|-|x-3|$

$y=2|x-1|-|x-3|$

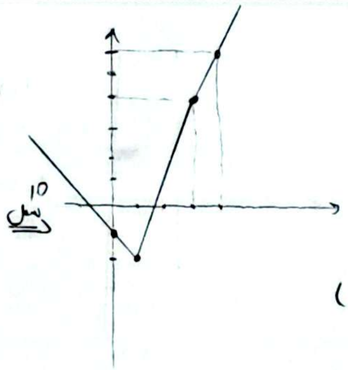
$x=0 \rightarrow 2\times1-3=-1$

$x=1 \rightarrow 0-2=-2$

$x=3 \rightarrow 2\times2-0=4$

$x=4 \rightarrow 2\times3-1=6$

شکل



$R_f=[-2,+\infty)$

ب) $y=|x-3|+|x+1|$

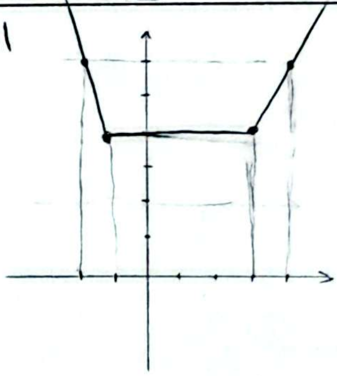
$x=-2 \rightarrow 5+1=6$

$x=-1 \rightarrow 4+0=4$

$x=3 \rightarrow 0+4=4$

$x=4 \rightarrow 1+5=6$

(با هم به روش نمودار طبقی!)



$R_f=[4,+\infty)$

۸

$y=|x-2|-|2x+2| \quad , \quad y\leq 1$

از رسم شکل:

$y=|x-2|-2|x+1|$

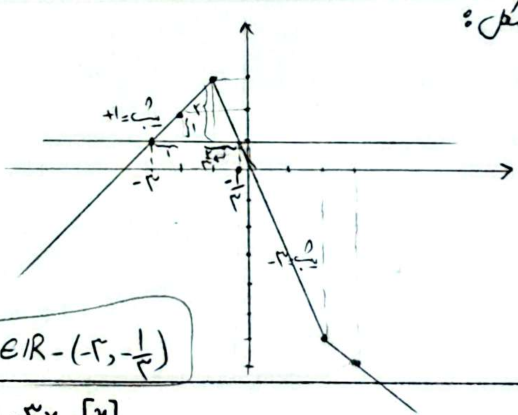
$x=-2 \Rightarrow 4-2\times1=2 \quad (y=-x+2+2x+2=x+4)$ شیب $=1$

$x=-1 \Rightarrow 3-2\times0=3$

$\Rightarrow (y=-x+2-2x-2=-3x)$

$x=2 \Rightarrow 0-2\times3=-6$

$x=3 \Rightarrow 1-2\times4=-7 \quad (y=x-2-2x-2=-x-4)$ شیب $=-1$

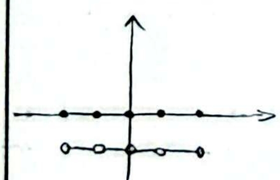


$\Rightarrow \boxed{x\in\mathbb{R}-(-3,-\frac{1}{3})}$

۹

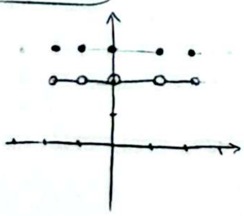
الف) $y=[x]+[3-x]$ $\quad \boxed{R=\{2,3\}}$

$y=3+[x]+[-x]$



$y=[x]+[-x]$ $\quad R=\{-1,0\}$

$\Rightarrow$



$y=3+[x]+[-x]$ $\quad R_f=\{2,3\}$

ب) $y=3x-[x]$

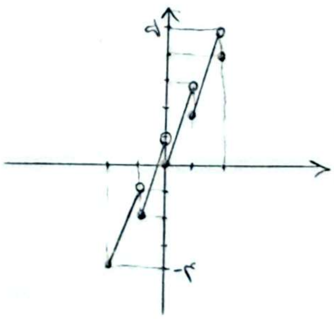
$-2\leq x<-1 \Rightarrow y=3x+2$ $\quad -4$ و -2 ، -3 و -1

$-1\leq x<0 \Rightarrow y=3x+1$ $\quad -2$ و 1

$0\leq x<1 \Rightarrow y=3x$ $\quad 0$ و 3

$1\leq x<2 \Rightarrow y=3x-1$ $\quad 2$ و 5

$x=2 \Rightarrow y=3x-2 \rightarrow 4$



$R_f=[-4,5)$

۱۰

الف) $y=\sin^2x-\sin x+1$

$\sin x \rightarrow \max \Rightarrow 1 \Rightarrow 1-1+1=1$

$\hookrightarrow \min \Rightarrow -1 \Rightarrow 1+1+1=3$

$\hookrightarrow \dfrac{-b}{2a} \Rightarrow \dfrac{+1}{2} \Rightarrow \dfrac{1}{4}-\dfrac{1}{2}+1=\dfrac{3}{4}$

$\Rightarrow R_f=[\frac{3}{4},3]$

ب) $y=\sin^4x+\sin^2x+1$

$\sin^2x \rightarrow \max \Rightarrow 1 \Rightarrow 1+1+1=3$

$\hookrightarrow \min \Rightarrow 0 \Rightarrow 0+0+1=1$

$\hookrightarrow \dfrac{-b}{2a} \Rightarrow -\dfrac{1}{2}$ غ ق ق

$R_f=[1,3]$