تکلیف شماره (۲۷)   پرنیان شمشیری - دوازدهم دفتر A

$f(x)=\cos^{۳}(۳x)+ax^{۲}+b \qquad \to a+b=۱+(-۱)=\boxed{۰}$ (۱)

$\lim_{x\to ۰^{+}}\frac{f(x)}{x}=۰ \to f(۰)=۰ \to \cos^{۳}(۰)+۰+b=۱+b=۰ \to \boxed{b=-۱}$

$\lim_{x\to ۰^{-}}\frac{f'(x)}{x}=۲ \to f'(x)=-۲\times۳\times\sin(۲x)\cos^{۲}(۲x)+۲ax \to \lim_{x\to ۰^{-}}\frac{\cancel{-۶\sin(۲x)\cos^{۲}(۲x)}+۲ax}{x}=\frac{۲ax}{x}=۲a=۲ \to \boxed{a=۱}$

$f(x)=x^{۲}-۱ \longrightarrow f'(x_۱)=۲x_۱=m \;\Big|\; \xrightarrow[\text{چون متقارن است}]{x_۱=-x_۲} m=۲x_۱ , m'=-۲x_۱ \to mm'=-۱ \to -۴x_۱^{۲}=-۱$ (۲)

$\searrow f'(x_۲)=۲x_۲=m'$

$\to x_۱^{۲}=\frac{۱}{۴} \to x_۱=\frac{۱}{۲}$ یا $x_۲=\frac{-۱}{۲}$

$\to y=x^{۲}-۱=\frac{۱}{۴}-۱=\boxed{\frac{-۳}{۴}} \to y_۱=y_۲=\frac{-۳}{۴} \to \frac{-۳}{۴}+\frac{-۳}{۴}=\boxed{\frac{-۶}{۴}}$

$f(x)=\frac{a}{۲x-۱} \to f'(x)=\frac{(۰)(۲x-۱)-(a)(۲)}{(۲x-۱)^{۲}}=\frac{-۲a}{(۲x-۱)^{۲}}$ (۳)

$\left|\begin{matrix}۲/۵\\۶\end{matrix}\right. \quad \left|\begin{matrix}-۰/۵\\-۱۲\end{matrix}\right. \to m=\frac{۱۸}{۳}=\boxed{۶} \to y=۶x-۹$

$\to (A)\; ۶x-۹=\frac{a}{۲x-۱} \qquad \overset{-۳}{\cancel{۶}}-۹=\frac{a}{\underset{۱}{\cancel{۲}}-۱} \to \boxed{a=-۳}$

$\to (B)\; \frac{-۲a}{(۲x-۱)^{۲}}=\frac{-\overset{۱}{\cancel{۲}}}{(۲x-۱)}\times\overset{\to ۶x-۹}{\boxed{\frac{a}{(۲x-۱)}}}=\overset{-۳}{\cancel{۶}} \to \frac{۶x-۹}{۲x-۱}=-۳ \to -۶x+۳=۶x-۹ \to ۱۲x=۱۲ \to \boxed{x=۱}$

$\to f(x)=\frac{-۳}{۲x-۱} \to f(۵)=\frac{-۳}{۱۰-۱}=\frac{-۳}{۹}=\boxed{\frac{-۱}{۳}}$

$x=۱ \longrightarrow y=\frac{4a}{a+۱}=۱ \;, y=۲+b \to ۲+b=۱ \to \boxed{b=-۱}$ (۴)

$y'=\frac{(۱)(ax+۱)-(x+a)(a)}{(ax+۱)^{۲}} \xrightarrow{x=۱} \frac{\cancel{a}+۱-\cancel{a}-a^{۲}}{(a+۱)^{۲}}=۲ \to \frac{۱-a^{۲}}{a^{۲}+۲a+۱}=۲ \to ۲a^{۲}+۴a+۲=۱-a^{۲}$

$۳a^{۲}+۴a+۱=۰ \nearrow a=-۱$ ق ق

$\searrow \boxed{a=\frac{-۱}{۳}}$

$\to a-b=\frac{-۱}{۳}+۱=\boxed{\frac{۲}{۳}}$

s.a.m

$f(x)=g(x) \to \sin x+\frac{۱}{۲}\cos x=\frac{۳}{۲}\sin x \to \cancel{\frac{۱}{۲}}\cos x=\cancel{\frac{۱}{۲}}\sin x \to \tan x=۱ \to \boxed{x=\frac{\pi}{۴}}$ ⑤

$\to f(\frac{\pi}{۴})=\sin\frac{\pi}{۴}+\frac{۱}{۲}\cos\frac{\pi}{۴}=\frac{\sqrt{۲}}{۲}+\frac{۱}{۲}\frac{\sqrt{۲}}{۲}=\frac{\sqrt{۲}}{۲}(۱+\frac{۱}{۲})=\frac{۳\sqrt{۲}}{۴} \to$ نقطه تماس $(\frac{\pi}{۴}, \frac{۳\sqrt{۲}}{۴})$

$f'(x)=\cos x-\frac{۱}{۲}\sin x \xrightarrow{x=\frac{\pi}{۴}} f'(\frac{\pi}{۴})=\frac{\sqrt{۲}}{۲}-\frac{\sqrt{۲}}{۴}=\textcircled{\frac{\sqrt{۲}}{۴}} \to y=\frac{\sqrt{۲}}{۴}x+b \xrightarrow{(\frac{\pi}{۴}, \frac{۳\sqrt{۲}}{۴})}$

$\to \frac{۳\sqrt{۲}}{۴}=\frac{\pi\sqrt{۲}}{۱۶}+b \to b=\frac{\sqrt{۲}}{۴}(۳-\frac{\pi}{۴}) \to y=\frac{\sqrt{۲}}{۴}x+\frac{\sqrt{۲}}{۴}(۳-\frac{\pi}{۴}) \xrightarrow[\text{محل برخورد با محور x ها}]{y=۰} \frac{\sqrt{۲}}{۴}x+\frac{\sqrt{۲}}{۴}(۳-\frac{\pi}{۴})=۰$

$\to \boxed{x=\frac{\pi}{۴}-۳}$

$f(x)=۲x^۳-۳x^۲-۱۲x+۱ \to f'(x)=۰ \to ۶x^۲-۶x-۱۲=۰$ ↗ $x=-۱ \to f(-۱)=۸=A$ ↘ $x=۲ \to f(۲)=-۲۹=B$ $\quad m_{AB}=\frac{۸-(-۲۹)}{-۱-۲}=\textcircled{\frac{۳۷}{-۳}}$ ⑥

$\to f'(x)=\frac{-۳۷}{۳} \to ۶x^۲-۶x-۱۲=-\frac{۳۷}{۳} \Rightarrow ۶x^۲-۶x+\frac{۱}{۳}=۰ \to x=\frac{۶\pm\sqrt{۳۶-۸}}{۱۲}=\frac{۶\pm۲\sqrt{۷}}{۱۲}$

$\to$ $\boxed{\text{۲ نقطه}}$

s.a.m