مسئله دستاره عابد - دوازدهم تجربی A 19 تکلیف شماره ۲۷

1

$f(0)=0 \Rightarrow 1+b=0 \Rightarrow b=-1$ $-6(2\cos(2x)\times\cos^3 x)+4\cos(2x)\sin(-1))$

$f'(0)=0$ $f''(0)=2$

$\underline{3\times 2\ \ 2-\cancel{\sin(2\times 0)}\ 2\cos^3(0)+2ax}$

$-6\sin(2x)\cos^2 2x+2ax$

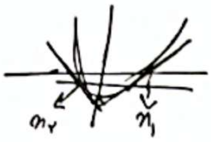
$-6(\underbrace{2\cos(x\cos^2(2x)}_{2})+\underbrace{4\cos(2x\sin 2x}_{0})+2a$

$\boxed{a+b=6}$ ✓

$-12+2a=2 \Rightarrow a=7$

②

۲



$f(x)=x^2-1 \rightarrow ,\ \underbrace{y=k}_{خط}$ / $x^2-1=k \Rightarrow \underbrace{x}_{x_{1,2}}=\pm\sqrt{k+1}$

$f'(x)=2x$

$2x_1\times 2x_2=-1 \Rightarrow x_1\times x_2=-\frac{1}{4}$

$\Rightarrow k+1=\frac{1}{4} \Rightarrow k=-\frac{3}{4}$ $-\frac{3}{4}-\frac{3}{4}=\boxed{-\frac{6}{4}}$ ✓

②

۳

$A(-1.5,-12)\ B(1.5,6) \rightarrow m_{AB}=\frac{18}{3}=6$ $y_{خط}=6x-9$ $f(x)=\frac{a}{2x-1}$

$6x-9=\frac{x}{2x-1} \Rightarrow 12x^2-6x-18x+9=a \Rightarrow 12x^2-24x+9=a \}\ 4x^2-1=-a$

$f'(x)=6 \Rightarrow \frac{-2a}{(2x-1)^2}=2 \Rightarrow 24x^2-24x+6=-2$

جایگذاری $-12x^2+24x-9=4x^2-1 \Rightarrow 16x^2-24x+8=0 \begin{cases} x=1 \Rightarrow a=-3 \\ x=\frac{1}{2} \Rightarrow a=0\ \text{غ ق ق} \end{cases}$

$f(5)=-\frac{3}{9}=\boxed{-\frac{1}{3}}$ ✓

②

۴

$y=\frac{x+a}{ax+1} \Rightarrow y'=\frac{ax+1-a(x+a)}{(ax+1)^2}=\frac{1-a^2}{(ax+1)^2}=2\ (x+1)$

$\frac{1-a^2}{a^2+2a+1}=2 \Rightarrow 2a^2+4a+2=1-a^2 \rightarrow 3a^2+4a+1=0$ $\begin{cases} a=-1 & \text{غ ق ق} \\ a=-\frac{1}{3} \end{cases}$

$y=\frac{x-\frac{1}{3}}{-\frac{1}{3}x+1}$ $f(1)=1 \rightarrow 2+b=1\ \ b=-1\ \ a-b=-\frac{1}{3}+1=\boxed{\frac{2}{3}}$ ✓

②

۵

$f(x)=g(x) \Rightarrow \sin x+\frac{1}{2}\cos x=\frac{3}{2}\sin x \Rightarrow \sin x=\cos x$ $[0,\pi]\ x=\frac{\pi}{4}$

$f(\frac{\pi}{4})=\frac{2\sqrt{2}+\sqrt{2}}{4}=\frac{3\sqrt{2}}{4}$ $f'(x)=\cos x-\frac{1}{2}\sin x \rightarrow f'(\frac{\pi}{4})=\frac{\sqrt{2}}{2}-\frac{\sqrt{2}}{4}=\frac{\sqrt{2}}{4}$

$y=\frac{\sqrt{2}}{4}x+\frac{3\sqrt{2}}{4}-\frac{\sqrt{2}\pi}{16}$ $(y=0) \Rightarrow x=\frac{\pi-12}{4}$ ✓

②

⇒ دونقطه

$f'=0 \Rightarrow A\begin{vmatrix}-۱\\۸\end{vmatrix} \quad B(۲, -۱۹)$

$m_{AB} = -۹$

موازی اند $\Rightarrow m_{\text{مماس}} = m_{AB} = -۹ \Rightarrow f'(x) = -۹ \Rightarrow \begin{cases} x_C & -۱ \\ x_D & ۲ \end{cases}$

$۶x^۲ - ۶x - ۱۲ = -۹$

$\Rightarrow ۶x^۲ - ۶x - ۳ = ۰$

✓ ②

۶

$y = kx^۳ + (k+۱)x^۲ \longrightarrow$ نقطه عطف $= \frac{-(k+۱)}{۳k} < ۰ \Rightarrow \frac{k+۱}{۳k} > ۰$

$\begin{array}{c|c|c|c} & -۱ & & ۰ \\ \hline + & & - & + \end{array}$

① شرط

$f\left(-\frac{(k+۱)}{۳k}\right) > ۰ \Rightarrow k\left(\frac{-(k+۱)}{۳k}\right)^۳ + (k+۱)\left(\frac{-(k+۱)}{۳k}\right)^۲ > ۰ \Rightarrow \frac{۲(k+۱)^۳}{\underbrace{۲۷k^۲}_{+}} > ۰$

$۲\ (k+۱)^۳ > ۰ \Rightarrow (k+۱)^۳ > ۰ \quad k+۱ > ۰ \Rightarrow k > -۱$ ② شرط

✓ ②

$① \cap ② = \emptyset$ هیچ مقداری از k

۷

$y = x^۳ + ax^۲ + b \quad x\ -۱ \xrightarrow{(-۱, -۴)} -۲ + a - b = -۴ \Rightarrow \begin{cases} ۲a - ۲b = -۶ \\ -۲a + b = -۴ \end{cases}$

$y' = ۳x^۲ + ۲ax + b \xrightarrow{(-۱, -۴)} ۳ - ۲a + b = -۴$

$-b = -۸ \Rightarrow b = ۸, a = ۶$

$\frac{a}{b} = \frac{۶}{۸} = \boxed{\frac{۳}{۴}}$

عطف $x = \frac{-b}{۳a} \rightarrow x = \frac{-a}{۳} \rightarrow \frac{-a}{۳} = -۱ \rightarrow \boxed{a = ۳}$

$-۴ = -۱ + ۳ - b - ۱ \rightarrow \boxed{b = ۵}$

$\frac{a}{b} = \frac{۳}{۵}$

①

۸

$f(x) = x^۴ - ۶x^۲ + ۵ \rightarrow f'(x) = ۴x^۳ - ۱۲x \rightarrow f''(x) = ۱۲x^۲ - ۱۲ = ۰ \Rightarrow x = ۱, -۱$

$\Rightarrow C(-۱, ۰), D(۱, ۰)$

$۴x(x^۲ - ۳) \begin{cases} ۰ \\ \sqrt{۳} \\ -\sqrt{۳} \end{cases}$

$\begin{array}{c|c|c|c} & -\sqrt{۳} & ۰ & \sqrt{۳} \\ \hline - & + & - & + \\ & \text{min} & \text{max} & \text{min} \end{array}$

②

$\overline{AB}$ و $\overline{CD}$ مورد خطوط موازی محور x هستند و زاویه بین آن صفر است. ✓

۱۰

$f(۰) = ۴ \Rightarrow c = ۴$

$f' = ۰ \Rightarrow ۳x^۲ + ۲ax + b \xrightarrow{x=۰} ۰ \Rightarrow b = ۰$

Min نسبی $\xrightarrow{f'(x)=۰} ۳x^۲ + ۲ax = ۰ \Rightarrow x = ۰, \frac{-۲a}{۳} \leftarrow x_{min}$

$f\left(-\frac{۲a}{۳}\right) = ۰ \longrightarrow \left(-\frac{۲a}{۳}\right)^۳ + a\left(-\frac{۲a}{۳}\right)^۲ + ۴ = ۰$

$\Rightarrow a = -۳$

✓ $\Rightarrow \boxed{x_{min} = ۲}$

②

۹