۱۳ جواب سوال ②

$f(x)=\sqrt{x}+\sqrt{a-2x} \Rightarrow f'(x)=\frac{1}{2\sqrt{x}}-\frac{2}{2\sqrt{a-2x}}=0 \Rightarrow$

$2\sqrt{x}=\sqrt{a-2x} \longrightarrow 4x=a-2x \Rightarrow 6x=a \longrightarrow x=\frac{a}{6}$ طول نقطه بحرانی

$\leftarrow x=\frac{a}{2}$ و $x=0$ هم نقاط بحرانی محسوب می‌شود: $f(0)=\sqrt{a}$, $f(\frac{a}{2})=\sqrt{\frac{a}{2}}$

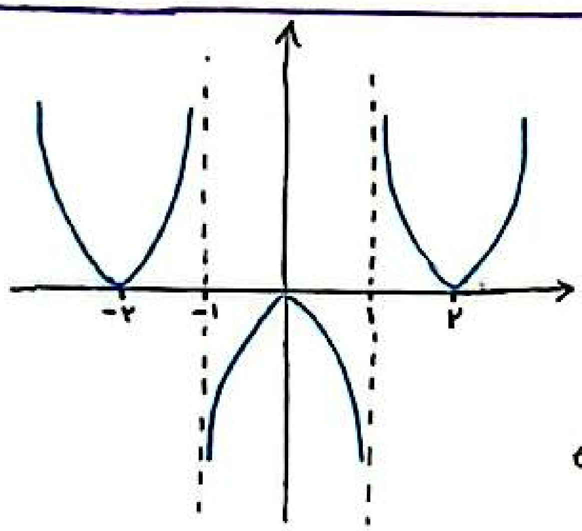
$f(\frac{a}{6})=\sqrt{\frac{a}{6}}+\sqrt{\frac{2a}{3}}=3\sqrt{\frac{a}{6}}$ ($\sqrt{\frac{2a}{3}} \to \sqrt{\frac{4a}{6}}$)

$\longrightarrow 3\sqrt{\frac{a}{6}}\times\sqrt{\frac{a}{2}}=\sqrt{12} \Rightarrow \frac{3a}{\sqrt{12}}=\sqrt{12} \longrightarrow 3a=12 \longrightarrow \boxed{a=4}$

۲

جواب سوال ③

$f(x)=\frac{x^2}{x^2-1}|x^2-4|$



← $x=\pm1$ مجانب قائم هستند

← $x=0$ ریشه مکرر و $x=\pm2$ نقاط گوشه‌ای هستند

۴

← تابع دوتا min نسبی داره یه max نسبی ← ext تا ۳

جواب سوال ⑮ ← در بازه اکیداً نزولی $f'(x)<0$ است

$f(x)=\frac{x^4-3}{x^2-3}$

$f'(x)=\frac{4x^3(x^2-3)-2x(x^4-3)}{(x^2-3)^2}=0 \longrightarrow \overbrace{4x^5-12x^3-2x^5}^{2x^5}+6x \xrightarrow{\div 2}$

۱

$x^5-6x^3+3x=0 \longrightarrow x(x^4-6x^2+3)$

x	$-\sqrt3$	$-\sqrt{3-\sqrt6}$	0	$\sqrt{3-\sqrt6}$	$\sqrt3$
y'	$-$ نت $-$	0 $+$	0 $-$	0 $+$	نت $+$

→ ۳ بازه اکیداً نزولی

محسن چهاری

$2x^5-12x^3+6x=0 \longrightarrow 2x(x^4-6x^2+3)=0 \longrightarrow \{x=0$

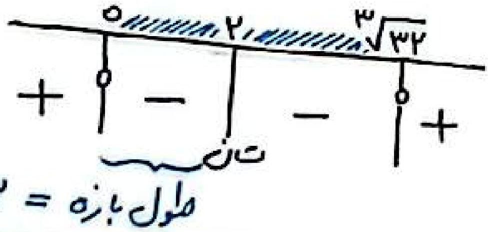
$\longrightarrow x^4-6x^2+3=0 \xrightarrow{x^2=t} t^2-6t+3=0 \longrightarrow t=\frac{6\pm\sqrt{24}}{2}=3\pm\sqrt6 \longrightarrow \begin{cases} x=\pm\sqrt{3-\sqrt6} \\ x=\pm\sqrt{3+\sqrt6} \end{cases}$ غ ق ق

Scanned with CamScanner

جواب سوال ۹ — عشق نهایی

$$f(x)=\frac{x^4}{x^3-8}$$

$$f'(x)=\frac{4x^3(x^3-8)-3x^2(x^4)}{(x^3-8)^2}\leqslant 0 \Rightarrow x^6-32x^3\leqslant 0 \Rightarrow x^3(x^3-32)\leqslant 0$$



طول بازه $(2,\sqrt[3]{32}) \Rightarrow 2\sqrt[3]{4}-2 = \underbrace{2(\sqrt[3]{4}-1)}_{\checkmark} < 2$ ✓

۲

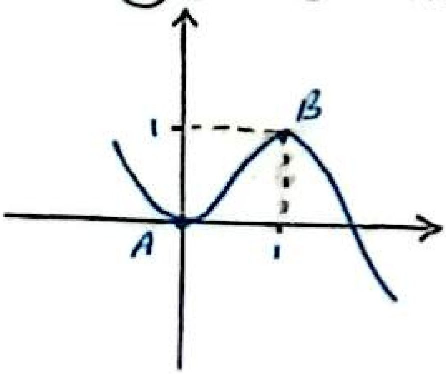
جواب سوال ۶ نقطه $(1,-1)$ روی تابع قرار دارد پس $x=-1$ را گذاشته تا به $y=1$ برسیم

$$f(x)=x^2|x|+3ax^2+b \xrightarrow{x=-1} 1+3a+b=1 \longrightarrow 3a=-b \Rightarrow \boxed{\frac{b}{a}=-3}$$

۲

جواب سوال ۷ ← با توجه به اینکه $A(0,0)$ و $B(1,1)$ که ext هستن نمودار y روی آنهاست

$$y'=3ax^2+2bx+c$$



۲

$$\xrightarrow{A(0,0)}\begin{cases} y(0)=0 \rightarrow a(0)^3+b(0)^2+c(x)+d=0 \rightarrow \boxed{d=0} \rightarrow y=ax^3+bx^2 \\ y'(0)=0 \Rightarrow 3a(0)^2+2b(0)+c=0 \rightarrow \boxed{c=0} \rightarrow y'=3ax^2+2bx \end{cases}$$

$$\xrightarrow{B(1,1)}\begin{cases} y(1)=1 \Rightarrow a(1)^3+b(1)=1 \rightarrow a+b=1 \\ y'(1)=0 \Rightarrow 3a(1)^2+2b(1)=0 \rightarrow 3a+2b=0 \end{cases}$$ ✓

$$\Rightarrow \begin{array}{r} 2a+2b=2 \\ -3a-2b=0 \\ \hline -a=2 \end{array}$$

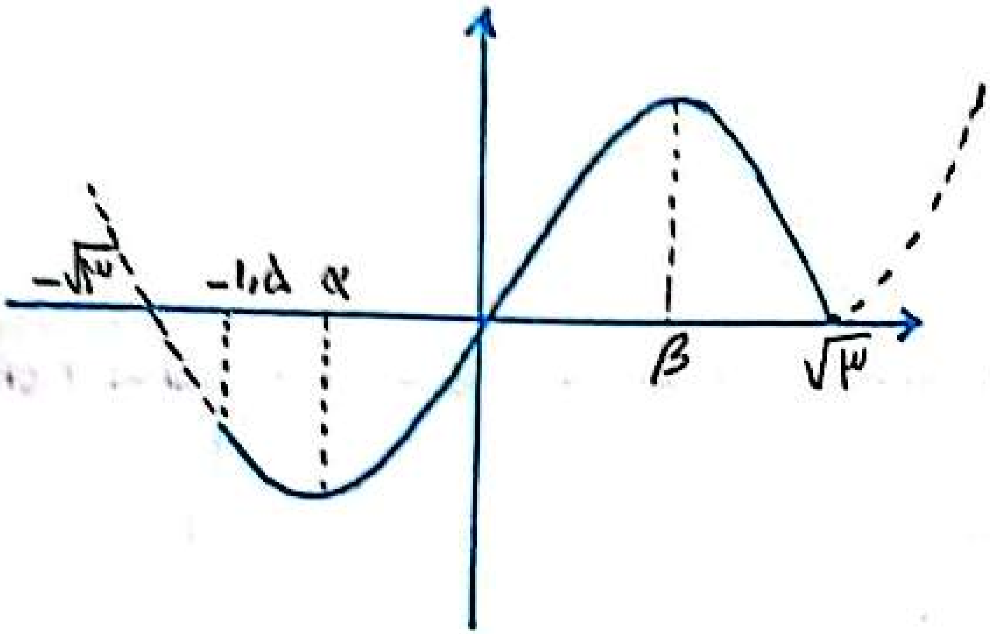
$\rightarrow a=-2$

$\rightarrow b=3$

$$\boxed{ab=-2(3)=-6}$$

جواب سوال ۵

$f(x) = x|3 - x^2| \Rightarrow f(x) = x|\sqrt{3} - x||\sqrt{3} + x|$



۲

$y = -x^3 + 3x \Rightarrow y' = -3x^2 + 3 = 0$

$\rightarrow x = 1 , -1$

$\Rightarrow \alpha = -1 \Rightarrow f(-1) = -1 \times 2 = \boxed{-2}$

سوال ۱

$x(1-|x|)\geq 0 \longrightarrow \begin{array}{cccccc} & -1 & & 0 & & 1 \\ + & & - & & + & & - \end{array} \longrightarrow D_f=(-\infty,-1]\cup[0,1]$

$f'(x)=\frac{1-2|x|}{2\sqrt{x(1-|x|)}} \longrightarrow 1-2|x|=0 \longrightarrow x=\begin{cases}\frac{1}{2} & ✓\\ -\frac{1}{2} & ✗\end{cases}$

x		$\frac{1}{2}$	
y'	$+$		$-$
y	$\nearrow$	max	$\searrow$

$\longrightarrow \begin{array}{l} n=0 \\ m=1 \end{array}$

نقاط صفر و ± 1 ← بحرانی ← $K=4$

$m+n+K=5$

سوال ۷

$x_{min}=\frac{-b}{2a}=\frac{-1}{2(\frac{3}{2})}=\frac{-1}{3}$

مجانب قائم = ریشه مخرج $=\frac{-d}{c}=\frac{1-a}{a+1}=\frac{-1}{3} \longrightarrow 3-3a=-a-1 \longrightarrow 2a=4 \longrightarrow a=2$

$\longrightarrow y=\frac{2x+3}{3x+1} \xrightarrow{y=0} 2x+3=0 \longrightarrow x=\frac{-3}{2}$

سوال ۸

$4(-\frac{1}{2})^2+a(-\frac{1}{2})+1=0 \longrightarrow \frac{1}{2}a=2 \longrightarrow a=4$

مجانب افقی $\longrightarrow \lim_{x\to\infty}\frac{bx^2+7}{4x^2+ax+7} \longrightarrow \frac{b}{4}=3 \longrightarrow b=12$

$\frac{b}{a}=\frac{12}{4}=3$