/ / دوازدهم A تکلیف ۲۶ سارینا رضوی

(۱

$f(x)=\sqrt{x(1-|x|)} \rightsquigarrow x(1-|x|)\geq 0 \to$

| | $-1$ | | $0$ | | $+1$ | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $+$ | | $-$ | | $+$ | | $-$ |

$$f(x)=\begin{cases} \xrightarrow{x>0} \sqrt{x-x^2} \xrightarrow{f'} \dfrac{1-2x}{2\sqrt{x-x^2}} \\ \xrightarrow{x<0} \sqrt{x+x^2} \xrightarrow{f'} \dfrac{1+2x}{2\sqrt{x+x^2}} \end{cases}$$

$D_f=(-\infty,-1]\cup\{0\}\cup[0,1]$

$\xrightarrow{[0,1]} \dfrac{1-2x}{2\sqrt{x-x^2}} \quad 1>x>0 \longrightarrow x=\frac{1}{2}$

$\xrightarrow{(-\infty,-1]} \dfrac{1+2x}{2\sqrt{x+x^2}} \quad x<-1 \longrightarrow$ ریشه ندارد

max نسبی

| $x$ | | $0$ | | $\frac{1}{2}$ | | $1$ | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'$ | | | $+$ | | $-$ | | |
| $f$ | | | $\nearrow$ | | $\searrow$ | | |

$K=3$

$K+m+n=3+\frac{1}{2}=\boxed{\frac{7}{2}}$

(۲

$f(x)=\sqrt{x}+\sqrt{a-2x}$

(۳

$f(x)=\dfrac{x^2}{x^2-1}|x^2-4|$

| | $-2$ | | $+2$ | |
|---|---|---|---|---|
| $+$ | | $-$ | | $+$ |

I $\xrightarrow{2>x>-2} \dfrac{x^2(4-x^2)}{x^2-1} \longrightarrow \dfrac{4x^2-x^4}{x^2-1} \longrightarrow f'(x)=\dfrac{(8x-4x^3)(x^2-1)-2x(4x^2-x^4)}{(x^2-1)^2}$

II $\xrightarrow{\substack{x>2\\ x<-2}} \dfrac{x^2(x^2-4)}{x^2-1} \longrightarrow \dfrac{x^4-4x^2}{x^2-1} \longrightarrow f'(x)=\dfrac{(4x^3-8x)(x^2-1)-2x(x^4-4x^2)}{(x^2-1)^2}$

۴)

$y=ax^3+bx^2+cx+d \to d=0$

| $x$ | | $0$ | | $1$ | |
|---|---|---|---|---|---|
| $f$ | $\searrow$ | | $\nearrow$ | | $\searrow$ |
| $f'$ | $-$ | | $+$ | | $-$ |

min نسبی $\leftarrow A(0,0)$

max نسبی $\leftarrow B(1,1)$

$y'=3ax^2+2bx+c \to c=0$

$1=a+b$

$3ax^2+2bx=0 \to x(3ax+2b)=0 \to 0$

$\to 3a+2b=0$

$2a+2b=2$

$a=-2$

$b=+3$

$\boxed{ab=-6}$

---

۵)

$f(x)=x|3-x^2| \xrightarrow{\sqrt3>x>-\sqrt3} 3x-x^3 \to f'(x)=3-3x^2 \to 3(1-x^2)$

$\to x^3-3x$ ($x>\sqrt3$, $x<-\sqrt3$)

| | | $-1$ | | $+1$ | |
|---|---|---|---|---|---|
| | $-$ | | $+$ | | $-$ |
| | $\searrow$ | min | $\nearrow$ | | $\searrow$ |

min $\begin{vmatrix} -1 \\ -2 \end{vmatrix}$

---

۶) چون نقطه $A(-1,1)$ ← اکسترمم نسبی است پس $x$ ها را منفی برمی‌داریم و بعد مشتق میگیریم

$y=x^2|x|+3ax^2+b \to \boxed{b=+\frac{3}{2}}$

$y=-x^3+3ax^2+b \to y'=-3x^2+6ax$

$-3x(x-2a)$

$-1-2a=0$

$\boxed{a=-\frac12}$

| | | $-1$ | | $0$ | |
|---|---|---|---|---|---|
| | $-$ | | $+$ | | $-$ |
| | $\searrow$ | | $\nearrow$ | | $\searrow$ |

$1+\left(-\frac32\right)+b=1$

$\frac{b}{a}=\frac{\frac32}{-\frac12}=\boxed{-3}$

---

۷)

$y=\frac{(ax+3)}{(a+1)x+(+a-1)}$

$\to$ مجانب قائم $-\frac13 \to 6x-8=0 \to \boxed{x=\frac43}$

$\to$ مجانب افقی $\frac76 \to \frac{a}{a+1}=\frac76 = 7a+7=6a$

$\boxed{a=-7}$

$y=\frac32x^2+x+\frac56 \to 3x+1$

$\to$ min $\begin{vmatrix} -\frac13 \\ \frac76 \end{vmatrix}$

| | | $-\frac13$ | |
|---|---|---|---|
| | $-$ | | $+$ |
| | $\searrow$ | min | $\nearrow$ |

۱۸)

$$y=\frac{bx^2+7}{4x^2+ax+1}$$

---

۱۹)

$$f(x)=\frac{x^4}{x^3-8}\longrightarrow f'(x)=\frac{4x^3(x^3-8)-3x^2(x^4)}{(x^3-8)^2}$$

$$\longrightarrow\frac{x^3(4x^3-32-3x^3)}{(x^3-8)^2}\longrightarrow\frac{x^3(x^3-32)}{(x^3-8)^2}\to\begin{cases}0\\+2\\\sqrt[3]{32}\end{cases}$$

$$\begin{array}{ccccccc} & 0 & & 2^{*} & & \sqrt[3]{32} & \\ + & | & - & | & - & | & + \\ \nearrow & & \searrow & & \searrow & & \nearrow\end{array}$$

$\sqrt[3]{32}$ ← نقطه‌ای که نمودار در آن به min خود می‌رسد.

$0$ ← کمترین طولی که در آن تابع حالت اکیداً نزولی دارد.

---

۱۰)

$$f(x)=\frac{x^4-3}{x^2-3}\longrightarrow f'(x)=\frac{4x^3(x^2-3)-2x(x^4-3)}{(x^2-3)^2}$$

$$\longrightarrow\frac{4x^5-12x^3-2x^5+6x}{(x^2-3)^2}\longrightarrow\frac{2x^5-12x^3+6x}{(x^2-3)^2}$$

$$\longrightarrow\frac{x(2x^4-12x^2+6)}{(x^2-3)^2}\to\begin{cases}0\\\sqrt{3+\sqrt6}\\\sqrt{3-\sqrt6}\\-\sqrt{3+\sqrt6}\\-\sqrt{3-\sqrt6}\\+\sqrt3\\-\sqrt3\end{cases}$$

$$\begin{array}{ccccccccccccccc} & -\sqrt{3+\sqrt6} & & -\sqrt3 & & -\sqrt{3-\sqrt6} & & 0 & & \sqrt{3-\sqrt6} & & \sqrt3 & & \sqrt{3+\sqrt6} & \\ - & | & + & | & - & | & + & | & - & | & + & | & - & | & + \\ \searrow & & \nearrow & & \searrow & & \nearrow & & \searrow & & \nearrow & & \searrow & & \nearrow\end{array}$$

$-2$, $+2$

$$[-\sqrt3,-\sqrt{3-\sqrt6}]\cup[0,\sqrt{3-\sqrt6}]\cup[\sqrt3,2]\longrightarrow\boxed{\text{۳ بازه}}$$