۱)

$$f(x)=\begin{cases}\sqrt{x-x^2}\ ,\ x\geq 0\\ \sqrt{x+x^2}\ ,\ x<0\end{cases}\xrightarrow{\text{مشتق}} f'(x)=\begin{cases}\sqrt{1-2x}\ ,\ x>0\\ \quad\hookrightarrow \sqrt{1-2x}=0 \Rightarrow x=\frac{1}{2}\ \checkmark\ \text{ق ق}\\ \sqrt{1+2x}\ ,\ x<0\\ \quad\hookrightarrow \sqrt{1+2x}=0 \Rightarrow x=-\frac{1}{2}\ \times\ \text{غ ق ق}\end{cases}$$

← زیرا در دامنه‌ی f نیست $\left(D_f=(-\infty,-1]\cup[0,1]\right)$

x	$-\infty$	0	$\frac{1}{2}$	1	$+\infty$
f'	//////	$+$	0	$-$	//////
f	//////	$\nearrow$		$\searrow$	//////

→ $\frac{1}{2}=\max$ نسبی $\Rightarrow m=1$

→ $\min$ نسبی ندارد $\Rightarrow n=0$

→ بحرانی: ± 1 و 0 و $\frac{1}{2}$ $\Rightarrow k=4$

$\Rightarrow m+n+k=1+0+4=\boxed{5}$

۲)

$$f'(x)=\frac{1}{2\sqrt{x}}-\frac{1}{\sqrt{a-2x}}=\frac{\sqrt{a-2x}-2\sqrt{x}}{(2\sqrt{x})(\sqrt{a-2x})}=0 \rightarrow x=\frac{a}{2}\ \text{یا}\ \frac{a}{6}\ \text{یا}\ 0$$

$$\Rightarrow \underset{\min}{f\left(\frac{a}{2}\right)}=\sqrt{\frac{a}{2}}\ ,\ f\left(\frac{a}{6}\right)=3\sqrt{\frac{a}{6}}\Rightarrow \max\ ,\ f(0)=\sqrt{a}$$

$$\sqrt{\frac{a}{2}}\times\sqrt{\frac{3a}{2}}=\sqrt{12}\Rightarrow a=\pm 4\xrightarrow{a>0} a=4\Rightarrow \boxed{[a]=4}$$

۳)

x		-2		2	
	$+$		$-$		$+$
	فاقد ریشه		± 1 و 0 ریشه		فاقد ریشه

در این بازه: فاقد ریشه

$$\xrightarrow{\text{با فرض مثبت بودن داخل قدر مطلق}} f(x)=\frac{x^4-4x^2}{x^2-1}$$

$$\Rightarrow f'(x)=\frac{(4x^3-8x)(x^2-1)-(2x)(x^4-4x^2)}{(x^2-1)^2}$$

ریشه ← $x=0$ ← بدون ریشه

$$\Rightarrow f'(x)=\frac{2x^5-4x^3+8x}{(x^2-1)^2}=\frac{2x(x^4-2x^2+4)}{(x^2-1)^2}=0 \Rightarrow$$ ریشه مخرج $x=1$ است نه

باعث تغییر علامت نمی‌شود ($x=1$ ✗) • ریشه توان ۱ داخل قدر مطلق، اکسترمم است.

→ اکسترمم‌های تابع $\Rightarrow \pm 2$ و 0 → $\boxed{\text{۳ تا}}$

روشا ابوکیا

۴

$y = ax^3 + bx^2 + cx + d \longrightarrow y' = 3ax^2 + 2bx + c$

$d = 0 \Leftarrow (0,0)$ ، $x = 1 \Rightarrow 3a + 2b = 0$ ① ، $x = 0 \Rightarrow c = 0$

$\Rightarrow (1,1) \Rightarrow a + b + c = 1 \xrightarrow[c=0]{\text{طبق بالا}} a + b = 1$ ②

$\xrightarrow{①,②} a = -2 \ , b = 3 \Rightarrow \boxed{ab = -6}$

۵

~~...~~ در بازه‌ی داده شده در صورت سوال، داخل قدر مطلق مثبت است $\longrightarrow f(x) = 3x - x^3 \Rightarrow f'(x) = -3x^2 + 3 = 0$

$\Rightarrow x = \pm 1$

x	$-\infty$ … $-1/5$	$-1/5$ … -1	-1 … 1	1 … $\sqrt{3}$	$\sqrt{3}$ … $+\infty$
f'		$-$	$+$	$-$	
f		↘	↗	↘	

$\Rightarrow f(-1) = -2 \rightarrow$ min مطلق تابع

$f(\sqrt{3}) = 0$

min مطلق $\Rightarrow \boxed{(-1, -2)}$

۶

در اکسترمم نسبی $f'(x) = 0$ است

$f(x) = |x|^3 + 3a|x|^2 + b \Rightarrow f'(x) = 3|x|^2 + 6a|x| \xrightarrow{x=-1} 3 + 6a = 0$

$\Rightarrow a = -\frac{1}{2}$ ، ~~...~~ $\Rightarrow f(x) = |x|^3 - \frac{3}{2}|x|^2 + b \xrightarrow{(-1,1)} 1 - \frac{3}{2} + b = 1$

$\Rightarrow b = \frac{3}{2}$ $\Big\} \Rightarrow \boxed{\frac{b}{a} = -3}$

۷

$y = \frac{3}{2}x^2 + x + \frac{5}{6} \Rightarrow \frac{-b}{2a} = -\frac{1}{3} = x \Rightarrow y = \frac{2}{3} \Rightarrow \left(-\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right)$

مجانب افقی تابع هموگرافیک $= \frac{a}{a+1} = \frac{2}{3} \Rightarrow 2a + 2 = 3a \Rightarrow a = +2$

$\Rightarrow y = \frac{2x+3}{3x+1} = 0 \Rightarrow \boxed{x = -\frac{3}{2}} \Rightarrow$ محور xها را با نقطه‌ای به طول $\left(-\frac{3}{2}\right)$ قطع می‌کند

۸

$y = \frac{bx^2 + 7}{4x^2 + ax + 1} \Rightarrow$ مجانب افقی $= \frac{b}{4} = 3 \Rightarrow b = 12 \Rightarrow y = \frac{12x^2 + 7}{4x^2 + ax + 1}$

$4x^2 + ax + 1 = (2x+1)^2 = 4x^2 + 4x + 1 \Leftarrow$ ریشه مخرج $= -\frac{1}{2} =$ مجانب قائم

$\Rightarrow a = 4 \Rightarrow$ ~~...~~ $\frac{b}{a} = \frac{12}{4} = \boxed{3}$

روشنا ایوبی

(۹)

$$f(x)=\frac{x^4}{x^3-8} \Rightarrow f'(x)=\frac{4x^3(x^3-8)-3x^2(x^4)}{(x^3-8)^2}$$

$$\Rightarrow f'(x)=\frac{4x^6-32x^3-3x^6}{(x^3-8)^2}=\frac{x^6-32x^3}{(x^3-8)^2}=\frac{x^3(x^3-32)}{(x^3-8)^2}=0$$

صورت $\Rightarrow x=0,\sqrt[3]{32}$ ، $x=2$

$\Rightarrow$

	$-\infty$ ، 0	0 ، 2	2 ، $2\sqrt[3]{4}$	$2\sqrt[3]{4}$ ، $+\infty$
y'	+	−	−	+
y	↗	↘	↘	↗

بازه ای که تابع در آن ابتدا نزولی است min $\boxed{2\sqrt[3]{4}-2}$

(۱۰)

$$f(x)=\frac{x^4-3}{x^2-3} \Rightarrow f'(x)=\frac{4x^3(x^2-3)-2x(x^4-3)}{(x^2-3)^2}$$

$$\Rightarrow f'(x)=\frac{4x^5-12x^3-2x^5+6x}{(x^2-3)^2}=0$$

با توجه به ریشه های $f'(x)$

	$-\infty$ ، -2	-2 ، $-\sqrt{3}$	$-\sqrt{3}$ ، $-\sqrt{3-\sqrt{6}}$	$-\sqrt{3-\sqrt{6}}$ ، 0	0 ، $\sqrt{3-\sqrt{6}}$	$\sqrt{3-\sqrt{6}}$ ، $\sqrt{3}$	$\sqrt{3}$ ، 2	2 ، $+\infty$
f'		−	−	+	−	+	+	
f		↘ (۳)	↘ (۲)	↗	↘ (۱)	↗	↗	

$\Leftarrow$ در ۳ بازه ابتدا نزولی است

PAYCO

DATE :